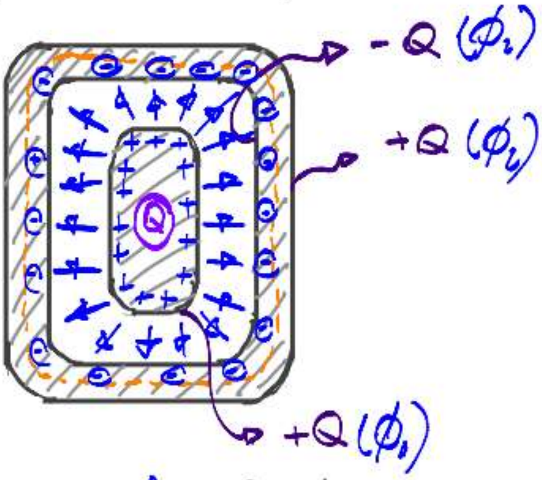
⇒ Capacitância de um condutor carregado no interior de outro capacitor. Vamos assumir que o capacitor tem a forma da figura abaixo, e uma carga Q é adicionada ao condutor interno.

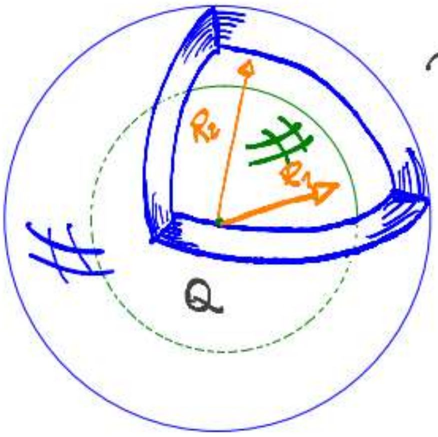


* A capacitância $\mathbb{C}$ é então calculada como:

$$\mathbb{C} = \frac{|Q|}{|\Delta\phi|} = \frac{|Q|}{\left|-\int_{\phi_1}^{\phi_2} \vec{E}\cdot d\vec{s}\right|}$$

⤷ Independe do caminho

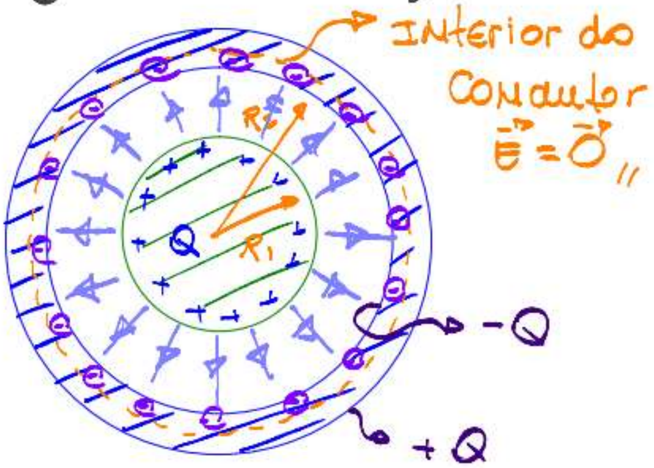
Exemplo: Qual a capacitância entre um condutor esférico de raio R_1 e uma casca esférica condutora de raio R_2. Carreguemos a esfera interior c/ carga Q. $(R_2 > R_1)$



⤳ temos algo assim:

O campo $\vec{E}(r)$ p/ $R_1 < r < R_2$ é

$$\boxed{\vec{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}\hat{r}}$$



Assim temos que a carga Q, −Q são mantidas sob uma diferença de potencial dada por:

$$\Delta\phi = -\int_{R_1}^{R_2} \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_{R_1}^{R_2} E\,dr = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r^2}\,dr = +\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\Bigg|_{R_1}^{R_2}$$

$$\boxed{\Delta\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)} \rightsquigarrow \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \rightsquigarrow \Delta\phi > 0.$$

$$\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

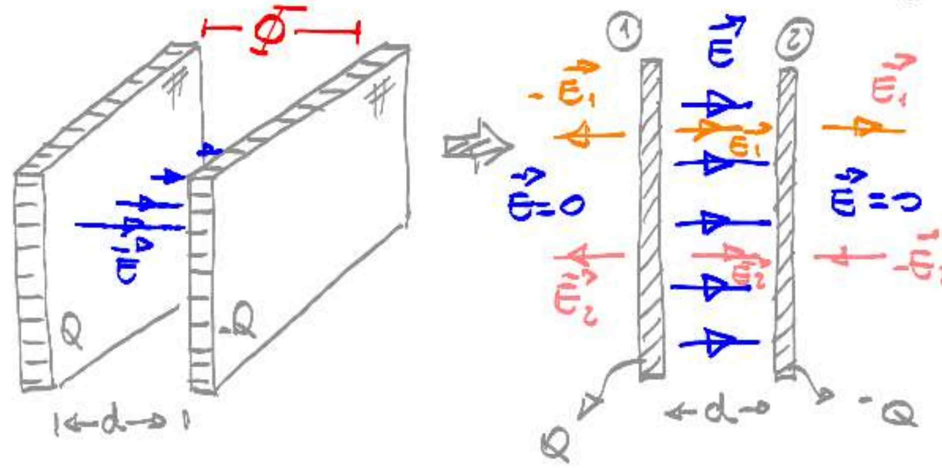
$$\boxed{\mathbb{C} = \frac{Q}{\Delta\phi} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$

, se $R_2 - R_1 = \epsilon \approx 0$
$R_2 \sim R_1$

$$\boxed{\mathbb{C} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{\epsilon} = \frac{4\pi R^2 \varepsilon_0}{\epsilon} = \frac{A\,\varepsilon_0}{\epsilon}}$$

3.4 → ENERGIA ARMAZENADA NO capacitor

Vamos considerar um sistema capacitor composta por duas placas paralelas com capacitância C. Essas placas possuem inicialmente alguma carga q e $-q$, sob uma diferença de potencial Φ.



$$\vec{E} = \vec{E}_2 + \vec{E}_1$$

$$\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}, \quad \vec{E}_2 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\hat{x}$$

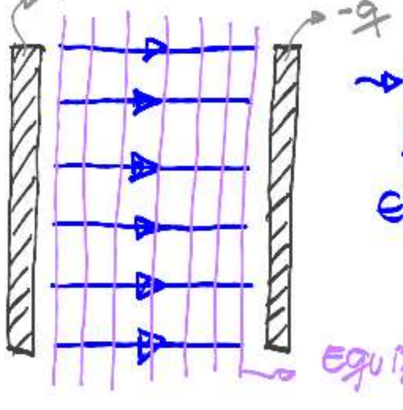
$$\boxed{\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}}$$

Podemos considerar com boa aproximação que o campo $\vec{E}$ exterior às placas é nulo. A diferença de potencial entre as placas é dado por:

$$\int_{\phi_1}^{\phi_2} d\phi = \phi_2 - \phi_1 = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_{P_1}^{P_2} \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{x}\cdot dx\,\hat{x} = -\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\int_0^d dx = -\frac{\sigma d}{\varepsilon_0} = \Delta\phi_{21}$$

Note que: $\phi_2 - \phi_1 = -\sigma d/\varepsilon_0 < 0$, o que significa que saindo da placa ① com carga q, indo na direção da placa ② com carga $-q$ os potenciais são menores. O que também significa que o campo $\vec{E}$ aponta na direção de potenciais menores. Veja que uma carga positiva neste potencial irá se mover na direção de menores potenciais. De acordo com a dinâmica do sistema a partícula tende a se mover para a região de menor potencial. Note que essa energia é simplesmente o produto $q\Phi(x,y,t)$ em cada posição. E vice-versa para a carga negativa.

também: $\phi_1 - \phi_2 = \int_{\phi_2}^{\phi_1} d\phi = -\int_{P_2}^{P_1} \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$, em unidades de Volts no sistema SI.



Equipotenciais $\phi(x) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}x$,

→ Se eu quero aumentar a carga q no capacitor tenho que levar carga de $(-q)$ p/ $(+q)$, para um elemento infinitesimal de carga temos:

$$|q + dq| \quad \xrightarrow{\vec{E}} \quad |-q - dq|$$

Para levar o elemento dq de $-q$ p/ $+q$, deve dar à dq uma energia para vencer a diferença de potencial $\Delta\phi$, veja que o normal é dq ir de $+q$ p/ $-q$ seguindo o campo $\vec{E}$. Assim o trabalho p/ um dq é dW, temos:

$$dW = dq\,\Delta\phi \rightarrow dW = \Delta\phi\, dq \rightarrow W = \int \Delta\phi\, dq = \int \phi\, dq = \int \frac{q}{C} dq$$

carregar todo o capacitor do zero:

$$W = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{1}{C}\frac{q^2}{2}\Big|_0^Q = \frac{Q^2}{2C} \rightarrow \boxed{W = \frac{Q^2}{2C}} \rightarrow \boxed{U = \frac{Q^2}{2C}}$$

energia armazenada no capacitor na forma de campo.

$C = Q/\Phi$, $Q = C\Phi$

$$U = \frac{C^2\Phi^2}{2C} \rightarrow \boxed{U = \frac{C\Phi^2}{2}} \; //$$

* Para o capacitor de placas paralelas temos:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}, \quad \Phi = E.d \rightarrow U = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon_0 A}{d}\right) E^2 d^2 = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 \underbrace{A.d}_{\text{Volume}} = \mu_E . \text{Volume}$$

Podemos dizer portanto que a energia é armazenada no campo elétrico no volume do capacitor com densidade μ_E.

\# Exemplo: Energia armazenada num capacitor isolado esférico com carga Q. Podemos considerar essa casca esférica como o condutor esférico interno de um capacitor esférico, onde a casca externa está no ∞ onde $\Phi(\infty) = 0$.

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}, \quad C = \frac{Q}{\Phi} = \frac{Q\,4\pi\varepsilon R}{Q}, \quad \boxed{C = 4\pi\varepsilon R},$$

A energia armazenada é: $U = Q^2/2C$

$$U = \frac{Q^2}{2\,4\pi\varepsilon R} \rightarrow \boxed{U = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}} \; //$$

3.5 → Força sobre as placas de um capacitor

Note que a capacitância de um capacitor depende "apenas" das características geométricas do mesmo. Consideremos então que C depende de x (única variável) → $\boxed{C(x)}$, para um capacitor de

placas paralelas fica fácil de verificar $C(x)$. Como as pla-
cas de um capacitor possuem cargas opostas, deve haver uma força de atração entre ambas. Num capacitor real o espaço entre as placas é preenchido com um material dielétrico (isolante) melhorando tanto a capacitância como as características mecânicas do capacitor.

Consideremos que uma das placas do capacitor se desloca um valor Δx. A outra placa deve realizar um trabalho $\vec{F}\cdot\Delta\vec{x} = F\Delta x$ para não sair do lugar. Se a energia é conservada ela deve ser armazenada na nova configuração do capacitor. Essa variação de energia do capacitor é dada por:

Taxa com a qual a energia varia c/ parâmetro x

$$\Delta U = \frac{dU}{dx}\Delta x = \frac{d}{dx}\left(\frac{Q^2}{2C}\right)\cdot\Delta x \xrightarrow[\text{muda}]{Q\ \text{não}} \frac{Q^2}{2}\frac{d}{dx}\frac{1}{C(x)}\cdot\Delta x$$

$$\text{Se } \Delta U = \Delta W = F\Delta x = \frac{Q^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{C(x)}\right)\cdot\Delta x$$

A força entre as placas é: $\boxed{F = \frac{Q^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{C(x)}\right)}$ //

\# Exemplo: Qual a força entre as placas de um capacitor de placas paralelas.

→ A capacitância depende da distância x entre as placas → $\boxed{C = \frac{\varepsilon_0 A}{x}}$ // Assim temos:

$$F = \frac{Q^2}{2}\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{C(x)}\right) = \frac{Q^2}{2}\frac{d}{dx}\frac{x}{A\varepsilon_0} = \frac{Q^2}{2A\varepsilon_0}, \quad \boxed{F = \frac{Q^2}{2A\varepsilon_0}} \text{ //}$$

Discutimos anteriormente a densidade de força numa superfície com densidade superficial σ.

$$\frac{df}{dA} = \frac{(E_1+E_2)\sigma}{2}, \quad E=0 \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, \quad \frac{df}{dA} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}, \quad F = \frac{df}{dA}\cdot A$$

$$F = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}A = \frac{Q^2 A}{A^2 2\varepsilon_0} \rightarrow \boxed{F = \frac{Q^2}{2A\varepsilon_0}}$$

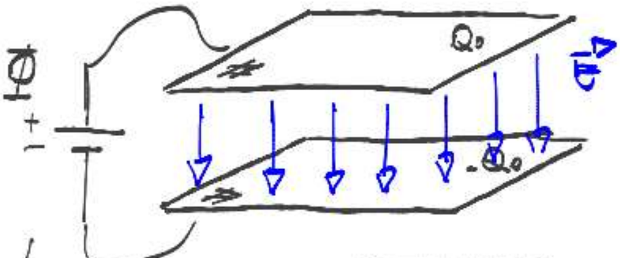
mesmo resultado!

* Discutimos que o capacitor é mantido estático geralmente pelo uso de um material isolante (dielétrico) separando as placas → A seguir vamos discutir o impacto desse dielé-

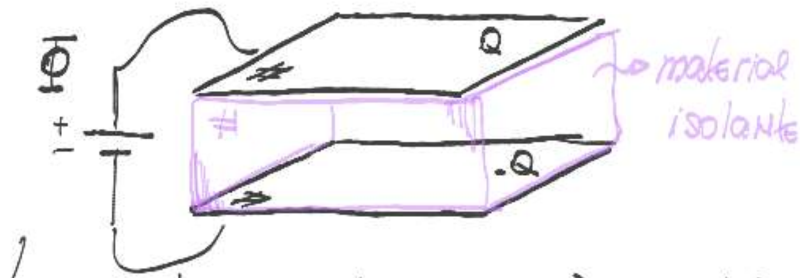
trico no campo elétrico criado pelas cargas.

3.6 → O campo elétrico no interior da matéria

Vamos discutir o comportamento de um material isolante (dielétrico) quando posicionado entre as placas de um capacitor. Lembre-se um sistema de 2 condutores c/ carga Q estão sob diferença de potencial Φ e sua razão é sempre uma constante C.



↳ Capacitância $\boxed{C = Q_0/\Phi}$



↳ A bateria (fonte de carga) mantém $\Phi = cte$, para isso fornece mais carga às placas, alterando a capacitância.

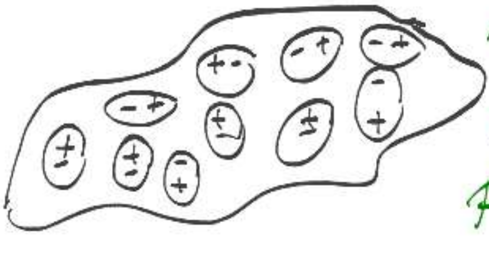
* Quando há um dielétrico (isolante) entre as placas do capacitor temos $Q > Q_0$ ou seja, para o mesmo potencial Φ há um aumento da capacitância $C > C_0$. Essa dependência está relacionada com as propriedades elétricas do meio.

$Q = K Q_0$, a carga aumenta por um fator K

$C = \frac{Q}{\Phi} = K \frac{Q_0}{\Phi} = K C_0 \Leftrightarrow C = K C_0$, a capacitância aumenta pelo mesmo fator.

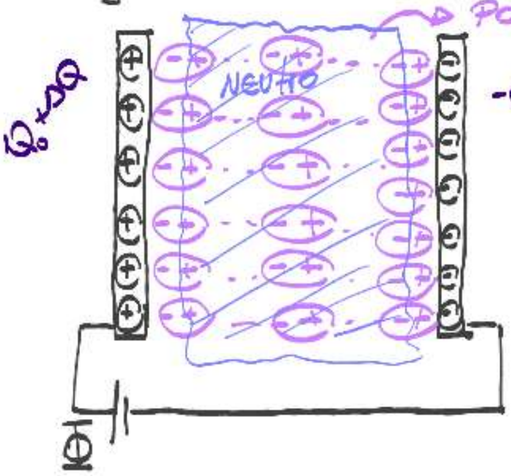
* Isso significa que com o aumento da capacitância, o capacitor armazena "maior" quantidade de carga p/ um mesmo valor de potencial Φ.

O modelo de matéria da qual é composto esse dielétrico, que pode ser sólido, líquido ou gasoso é um conjunto de dipolos elétricos. Esse mar de dipolos mantém o material neutro, e via de regra não possuem muita mobilidade.



→ microscopicamente o material é formado por átomos (moléculas), note que mesmo moléculas apolares podem se polarizar na presença de campo $\oplus \Rightarrow (-+)\ \vec{E}$.

Note que quando montamos/ligamos o capacitor e ocorre a criação de um campo $\vec{E}$ entre as placas, ocorre a polarização do dielétrico.



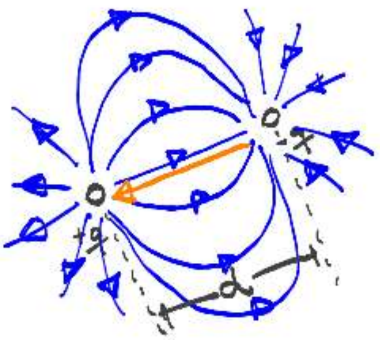
$-Q_0-\Delta Q$, logo na superfície positiva há o acumulo superficial de cargas negativas do dielétrico, e na placa negativa idem. Essa carga extra visa neutralizar esse acumulo/separação. Mas o volume continua neutro

O fator K referente as propriedades elétricas do dielétrico é chamada de <u>constante</u> <u>dielétrica</u> do <u>material</u>.

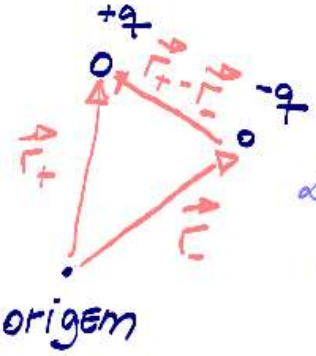
Exemplos

AR, GÁS (1 atm, 0°C), $K = 1{,}00059$
ÁGUA, GÁS (1 atm, 110°C), $K = 1{,}0126$
ÁGUA, Líquida (20°C), $K = 80$
Silício, sólido (20°), $K = 11{,}7$
Porcelana, sólido (20°), $K = 6-8$
Vidro, sólido (20°), $K = 4$

3.7 ↦ A força e o torque sob um dipolo imerso num campo elétrico externo $\vec{E}$.



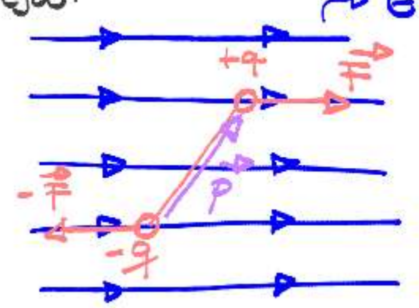
$$\boxed{\vec{p} = q d \hat{p}}$$



$$\boxed{\vec{p} = q(\vec{r}_+ - \vec{r}_-)}$$

momento de dipolo elétrico ($\vec{p}$).

Esse dipolo imerso num campo uniforme, está sob ação de forças veja:



Veja que as forças são de mesma intensidade $\boxed{F = qE}$

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i = \vec{F} - \vec{F} = 0, \quad \boxed{\vec{R} = \vec{0}}$$

, há contudo o aparecimento de um torque $\vec{\tau}$.