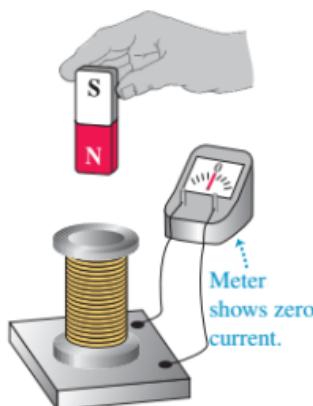


Finalmente chegamos na derradeira parte final do curso introdutório ao eletromagnetismo. Neste capítulo vamos estudar os processos de indução eletromagnética, veremos que num caso dinâmico onde ocorre a variação temporal do fluxo de campo magnético $\Phi_B(t)$ há o aparecimento de um campo elétrico E com características muito especiais. Vamos explorar as leis de Faraday e Lenz, o fenômeno da indutância e finalizaremos com as formas integrais e diferenciais das equações que resumem todos os fenômenos eletromagnéticos, chamadas de equações de Maxwell.

6.1 → Indução eletromagnética e Lei de Faraday e Lenz

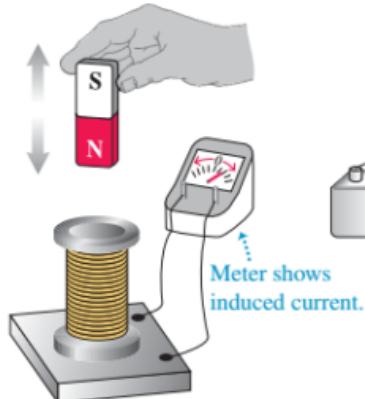
Os experimentos de Faraday e Lenz mostram que se o fluxo Φ_B numa espira/solenóide variar com o tempo, há o aparecimento de uma corrente elétrica I induzida pela espira, que pode ser medida/detectada com ajuda de um galvanômetro. A figura abaixo mostra várias situações na qual uma indução é detectada.

(a) A stationary magnet does NOT induce a current in a coil.

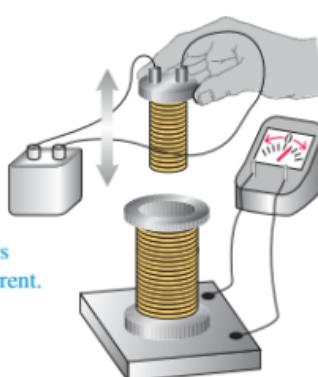


All these actions DO induce a current in the coil. What do they have in common?

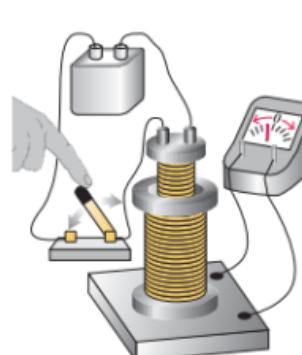
(b) Moving the magnet toward or away from the coil



(c) Moving a second, current-carrying coil toward or away from the coil



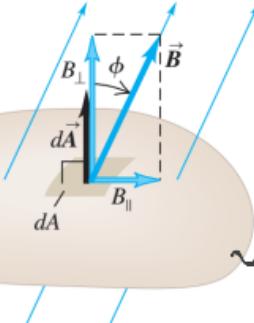
(d) Varying the current in the second coil (by closing or opening a switch)



*They cause the magnetic field through the coil to change.

Note que em todos os exemplos acima uma variação do fluxo de B através do solenóide gera/cria/resulta na indução de uma corrente I detectada no galvanômetro. Lembrando que fluxo Φ_B é

$$\Phi_B = \int_{\text{área}} \vec{B} \cdot d\vec{A}, \text{ esta área não é fechada, se fosse essa quantidade seria sempre nula.}$$



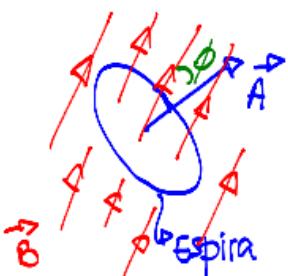
$$\text{fluxo } \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

* Para uma espira ou solenóide a área \vec{A} ~ ÁREAS é bem definida, E SE O CAMPO FOR UNIFORME SOB A ÁREA DA ESPIRA TEMOS:

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos \phi = B \cdot A \cdot \cos \phi$$

Magnetic flux through element of area dA :

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi$$



$$\boxed{\Phi_B = B \cdot A \cdot \cos \phi}$$

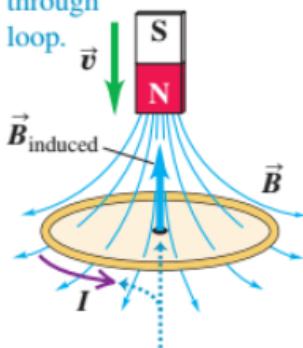
, Se $\Phi_B = \text{cte}$ (nada de interessante acontece)

Espiras condutora de área A se $\phi_B(t)$ há Indução!

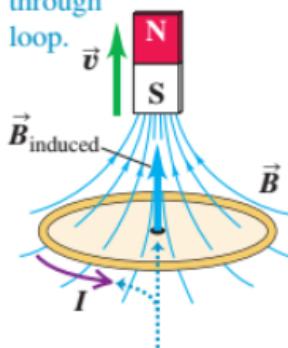
Assim, para condição de indução $\vec{B}(t)$ ou $A(t)$ ou $\phi(t)$ ou uma combinação destes resultando em $\Phi_B(t)$.

O resultado experimental mostra que o processo de indução de CORRENTE NA ESPIRA OCORRE da tal forma que o SENTIDO DA CORRENTE É aquele que cria um fluxo de campo $\vec{\Phi}_B^I$ de manter a ANULAR A PERTURBAÇÃO INICIAL. Sei que essa parte não é trivial, mas é assim que a natureza se comporta, não é culpa minha. O SENTIDO DA CORRENTE INDUZIDA É TAL QUE O CAMPO \vec{B} criado por essa corrente se opõe à variação do fluxo magnético pela espira!

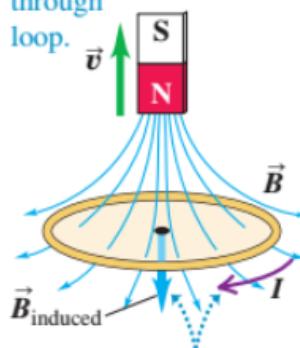
(a) Motion of magnet causes increasing downward flux through loop.



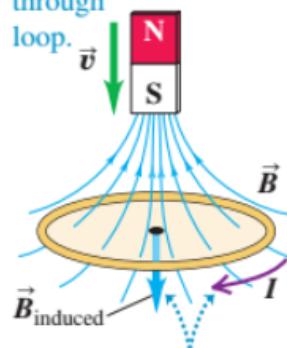
(b) Motion of magnet causes decreasing upward flux through loop.



(c) Motion of magnet causes decreasing downward flux through loop.



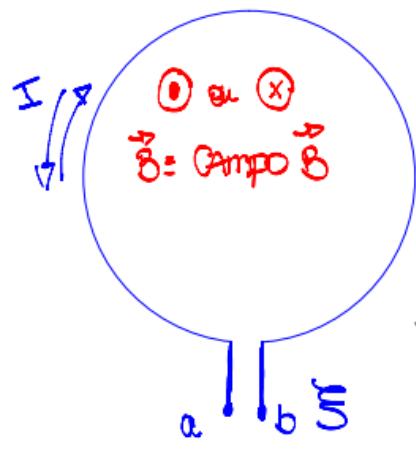
(d) Motion of magnet causes increasing upward flux through loop.



The induced magnetic field is *upward* to oppose the flux change. To produce this induced field, the induced current must be *counterclockwise* as seen from above the loop.

The induced magnetic field is *downward* to oppose the flux change. To produce this induced field, the induced current must be *clockwise* as seen from above the loop.

* Neste caso a escolha da ORIENTAÇÃO DE \vec{A} é arbitrário, mas uma vez definido A direção e sentido de \vec{A} não se pode mudar durante a análise. Essa é a Lei de Faraday que ENUNCIAREMOS A SEGUIR.



Se $\vec{\Phi}_B(t)$ o fluxo de \vec{B} variar no tempo, haverá o aparecimento de uma força eletromotriz induzida ξ na espira de forma a conduzir uma corrente I que se opõe à variação do fluxo de \vec{B}

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Lei de Lenz

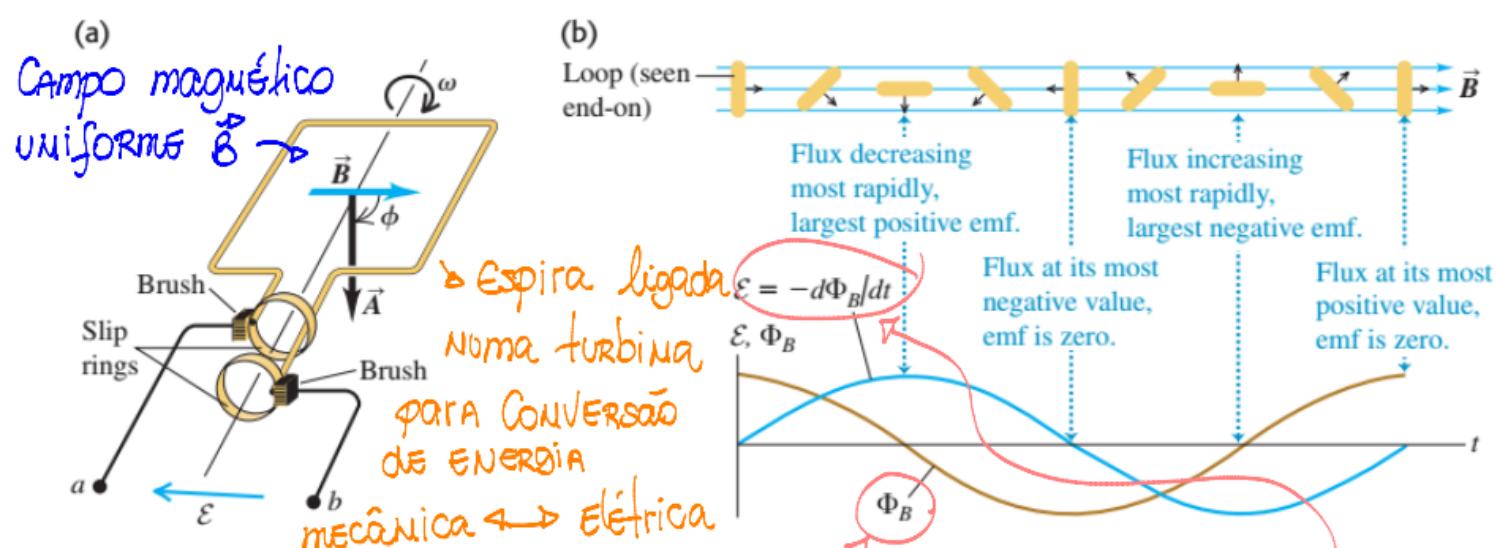
Lei de Faraday

* Para o caso de um solenoíde onde N espiras são juxtapostas temos

$$\xi = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

6.2 → Fonte de corrente/tensão alternada

Note que o processo de indução é o fenômeno que acontece nas usinas de eletricidade, onde ENERGIA MECÂNICA é transformada em ELÉTRICA. Nas tomadas de NOSSA CASA essa TENSÃO/CORRENTE VRIA NO TEMPO.



A turbina gira com velocidade angular constante $\omega = \phi t$. O fluxo de \vec{B} pela espira varia com o tempo, da forma:

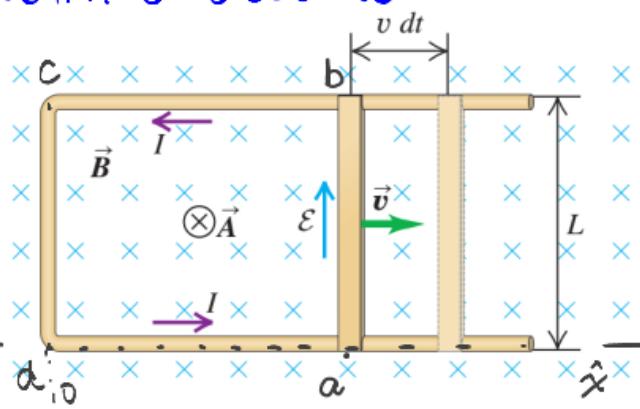
$\vec{\Phi}_B(t) = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \cdot \cos\phi = B \cdot A \cdot \cos(\omega t)$, há portanto uma força eletromotriz induzida entre os pontos a e b da espira onde

$$\xi = -\frac{d\vec{\Phi}_B(t)}{dt} = -\frac{d}{dt} B \cdot A \cos \omega t = -B \cdot A \frac{d}{dt} \cos \omega t \Leftrightarrow \xi(t) = B \cdot A \omega \sin(\omega t)$$

Assim, esse gerador de corrente alternada varia senoidalmente com o tempo: pg 134

$$\xi(t) = BA\omega \sin(\omega t),$$

Outro exemplo de gerador: Gerador de barra deslizante, uma barra de comprimento l desliza sob um condutor na forma de U, na presença de um campo magnético uniforme, conforme mostra o desenho:



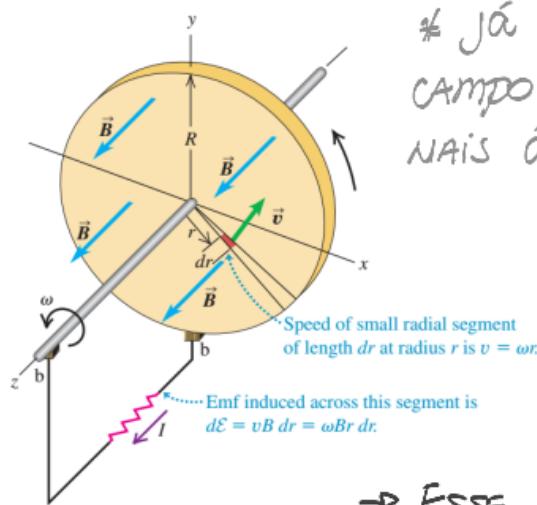
Neste exemplo o potencial entre os pontos a , b é devido à variação do fluxo de \vec{B} quando a barra se move com velocidade v para direita. O campo magnético é uniforme e entra no plano da página. O fluxo é dado por:

$$\Phi_B = B \cdot A = B \cdot Lx$$

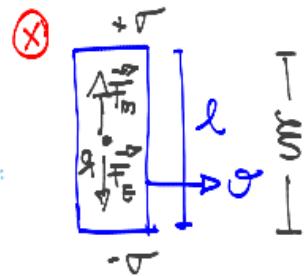
Assim:

$$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} BLx = -BL\frac{dx}{dt} = -BLv \rightarrow \boxed{\xi = -BLv}, //$$

Outro exemplo: O dinâmo de Faraday, um disco de raio R rotação num campo magnético uniforme com velocidade angular constante ω .



* JÁ VIMOS QUE UM CONDUTOR EM MOVIMENTO NUM CAMPO \vec{B} APRESENTA UMA D.D.P ENTRE OS PONTOS ORTOGONALIS Á DIREÇÃO DO MOVIMENTO, ALGO COMO EFEITO HALL.



NO ESTADO ESTACIONÁRIO

$$F_m = F_e \quad [E = \sigma B],$$

$$\boxed{\xi = E \cdot l = \sigma B l}, //$$

→ Esse resultado pode ser generalizado $d\xi = \vec{v} \times \vec{B} \cdot d\vec{l}$

* NO dinâmo de Faraday a diferença de potencial se estabelecerá entre o centro e a borda do disco, na figura $d\xi$ é criado pelo elemento $d\vec{l} = d\vec{r}$ que viaja com velocidade v , sempre ortogonal à \vec{B} . Lembrando que $v = \omega r$ então $d\xi = \sigma B dl = \omega r B dr$

onde a ξ total é dada pela integração no disco todo $0 \leq r \leq R$. pg 135

$$\xi = \int_0^R w r B dr = w B \frac{r^2}{2} \Big|_0^R = \frac{w B R^2}{2}, \boxed{\xi = \frac{w B R^2}{2}}$$

⇒ Qual deve ser a frequência de rotação f para um disco de 1 m de raio fornecer 1 volt de força eletromotriz?

63 → Indução de Campo Elétrico \vec{E}

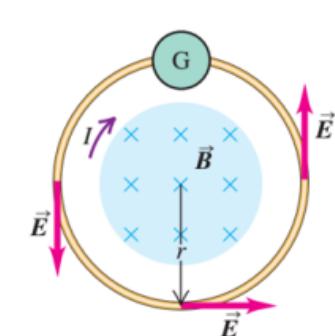
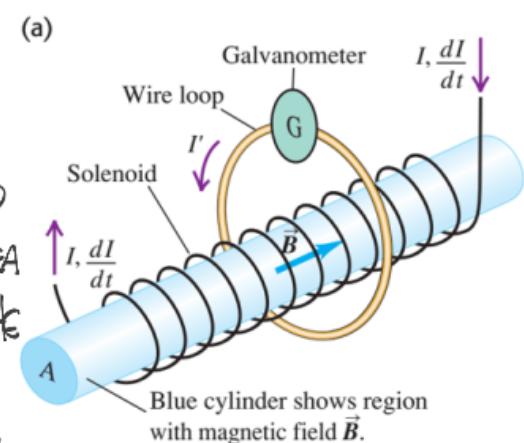
Na figura ao lado um solenoíde com corrente variável I corteja a área da espira. O solenoíde cria uma variação do fluxo magnético por uma parte da área da espira. Fazendo com que um corrente seja detectada no galvanômetro. O fenômeno apenas é possível se na região da espira exista um campo elétrico induzido. Assim, a lei de Faraday na verdade prevê o aparecimento de um campo elétrico induzido, responsável pela queda de potencial ao longo do caminho, permitindo que a corrente flua pela espira.

Podemos então melhorar ainda mais a lei de Faraday/lenz onde:

$\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = \oint_{loop} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$, essa expressão mostra que o fluxo variável do campo por alguma área cria um campo elétrico no espaço. Essa é a forma integral da lei de Faraday. Mas utilizando o teorema de Stokes é fácil ver sua forma diferencial, veja:

$$\oint_{loop} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_{área loop} \vec{B} \cdot d\vec{a} = \iint_{área loop} (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{a} = \iint_{área loop} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{a} \Leftrightarrow \boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

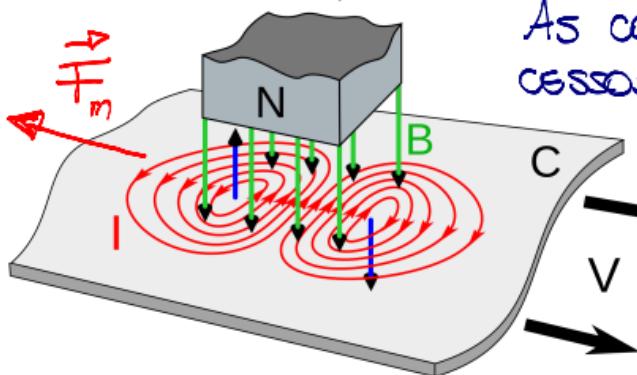
* Essa é a lei de Faraday na forma diferencial, formando mais uma das equações de Maxwell. Mas ainda precisamos arrumar a lei de Ampere, onde ainda há uma inconsistência em sua formulação. (Assunto de tópico futuro)



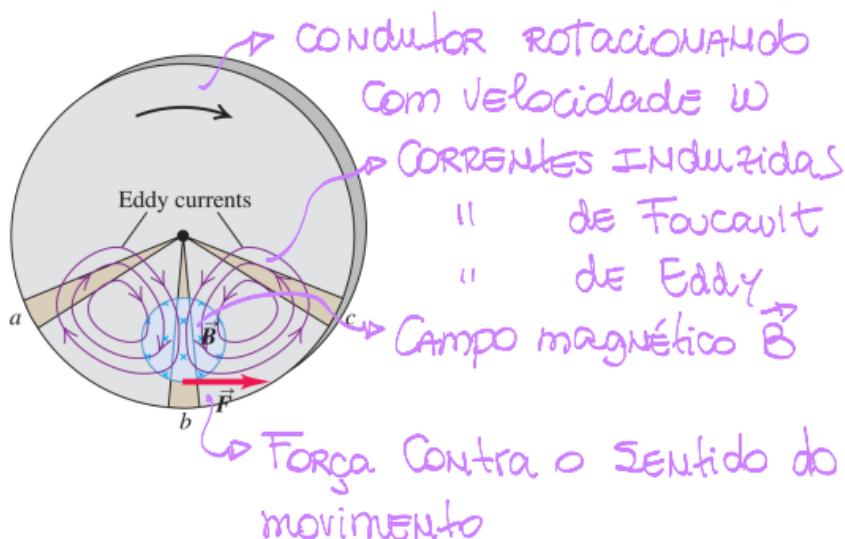
6.4 → CORRENTES PARASITAS, CORRENTES DE FOUCAULT OU CINDA CORRENTES DE EDDY

pg 136

Em um material condutor como um metal, todo o volume do material é condutor, podemos imaginar o tratá-lo como constituído por infinitas espiras condutoras. Assim quando parte do material está sob ação de um campo magnético variável $B(t)$ ou se o material possuir alguma velocidade relativa v com relação há algum campo B , haverá o aparecimento de correntes elétricas em circuitos fechados no material, chamados de correntes parasitas (Foucault, Eddy).



As correntes são criadas segundo os processos de indução já discutidos, o sentido das correntes seguem a lei de LENZ. O efeito dessas correntes no condutor é dissipar calor por efeito Joule, esquentando o condutor, para que essa conversão de energia apareça há uma força magnética contrária ao sentido da perturbação. Nos dentros que seguem essa força freia o condutor em movimento.



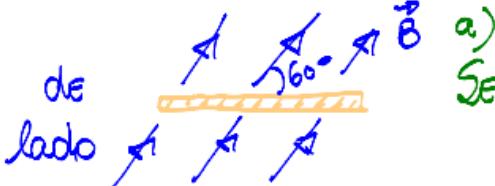
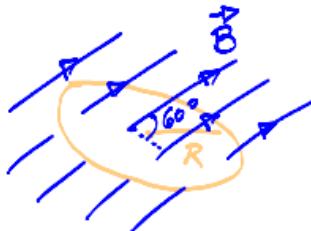
Assim as correntes parasitas podem ajudar ou atrapalhar uma certa montagem. Em transformadores essas correntes esquentam o condutor tornando a transformação menos eficiente. Em carros o uso de freios magnéticos pode aumentar a vida útil do equipamento. As correntes fundamentais em equipamentos, como detectores de metais em bancos e aeroportos, etc.

CORRENTES DE EDDY NA ATMOSFERA!

*CORRENTES de Eddy (Eddy currents) também é o nome dado a correntes de fluidos ao passar por obstáculos, como o exemplo ao lado



Exemplo: Um anel circular de 75cm de raio está em pg 137 repouso num campo magnético uniforme $\vec{B}(t)$, esse campo varia com o passar do tempo da seguinte forma $B(t) = (1,4T) e^{-0,05t}$. O campo faz 60° com o plano do anel. a) Quanto vale a f.e.m induzida no anel, b) Qual a direção e sentido da corrente quando visto o anel de cima?, c) Quanto tempo leva para que a f.e.m se reduza a 10% do seu valor inicial?



a)

Segundo a lei de indução de Faraday

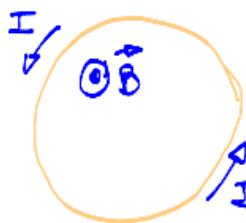
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

fluxo no Anel $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{a} = \vec{B} \cdot \vec{A} = B(t) \cdot \pi R^2 \cos 60^\circ = \frac{\pi R^2 B(t)}{2} = \Phi_B(t)$

f.e.m induzida $\mathcal{E} = -\frac{d}{dt} \frac{\pi R^2 B(t)}{2} = -\frac{\pi R^2}{2} \frac{d}{dt} 1,4 e^{-0,05t} = 0,7 \cdot 0,057 \pi R^2 e^{-0,05t}$

$\mathcal{E}(t) = 0,07 e^{-0,05t}$, $\mathcal{E}(0) = 0,07$ Volts \rightarrow f.e.m INICIAL $\mathcal{E}(0) = \mathcal{E}_0 = 0,07$

b) Sentido do fluxo de corrente é tal que o campo gerado tende a cancelar a variação inicial (Lei de Lenz)

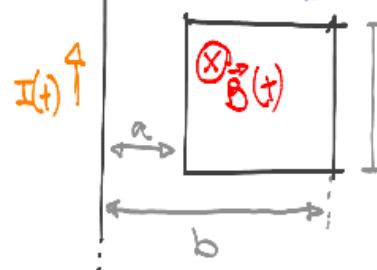


$\Phi_B(t)$ diminui com o tempo, assim uma CORRENTE DEVE fluir NO SENTIDO ANTI-HORÁRIO p/ COMPENSAR ESSA diminuição.

$I \rightarrow$ CORRENTE INDUZIDA.

c) $\mathcal{E}(t) = 0,07 e^{-0,05t} = \frac{0,07}{10} \rightarrow e^{-0,05t} = 10 \rightarrow 0,05t = \ln 10$
 $t = \frac{\ln 10}{0,05} = 40,39$ s

Exemplo: Por um fio muito comprido flui uma CORRENTE $I(t)$ NA DIREÇÃO DE A PARA B. ESSA CORRENTE AUMENTA A UMA TAXA CONSTANTE $\frac{dI(t)}{dt}$. Ao lado do fio há uma espira retangular com as dimensões da figura abaixo. a) Quanto vale o campo magnético criado em todo espaço em função da distância r do ponto ao fio e do tempo t?

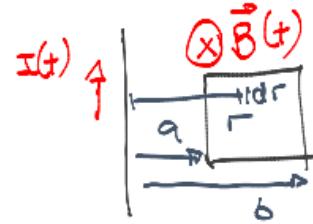


- b) Qual o fluxo do campo magnético \vec{B} pela espira?
- c) Qual o valor da f.e.m \mathcal{E} induzida na espira?
- d) Quanto vale \mathcal{E} e o sentido da corrente induzida se $a = 12\text{cm}$, $b = 36\text{cm}$, $L = 24\text{cm}$ e $\frac{dI(t)}{dt} = 9,6 \text{ A.s}^{-1}$

Campo magnético criado pelo fio com Corrente $I(t)$ no plano da espira. pg 138

a)

$$B(t) = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}, \text{ Entrando no plano do papel}$$



b) Fluxo de \vec{B} pela espira

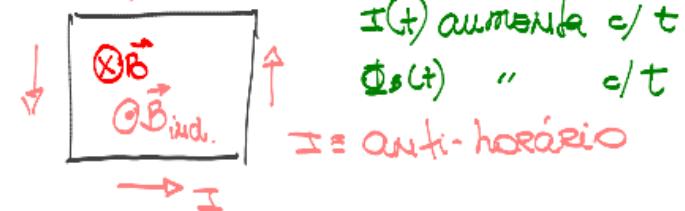
$$\Phi_B = \int_{\text{área espira}} \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int_a^b B \cdot da = \int_a^b \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} l \cdot dr = \frac{\mu_0 I(t) l}{2\pi} \int_a^b \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

O fluxo varia com o tempo:

$$\boxed{\Phi_B(t) = \frac{\mu_0 I(t) l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

c) Lei de Faraday $\xi = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) I(t) = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{dI(t)}{dt}$

$$\boxed{\xi = -\frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \frac{dI(t)}{dt}}$$



a) $a = 12\text{cm}$

$b = 36\text{cm}$

$l = 24\text{cm}$

$$\frac{dI(t)}{dt} = 9,64 \text{ S}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N}}{\text{A}}$$

$$\xi = -\frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi} \times 0,124 \times \ln\left(\frac{36}{12}\right) \times 9,6$$

$$\boxed{\xi = -5,06 \times 10^{-7} \text{ V}} \quad \rightarrow \quad \boxed{\xi \approx -0,506 \mu\text{V}}$$