

# Física IV

## LISTA 3: Relatividade Especial (Restrita) - Parte 1

**Código:** FSC 5225

**Professor:** Massayuki Kondo, sala 102, Dept. Física, UFSC

**Homepage:** [www.atomobrasil.com](http://www.atomobrasil.com)

### Problema 1

A SpaceX empresa que tem como objetivo chegar ao planeta vermelho, acaba de desenvolver um foguete revolucionário que pode atingir até  $\frac{4}{5}$  da velocidade da luz  $c$ . Esse foguete, contudo é bastante grande e tem comprimento  $L$ , medido quando estava em repouso. Para realizar alguns testes nos relógios internos da nave a na terra e ter certeza que ambos estão funcionando bem eles realizam o seguinte teste. Lançam o foguete de uma base na terra, em seguida um feixe laser é ligado na direção do foguete. Quando o feixe atinge a parte de trás do foguete os observadores na nave a na terra sincronizam os relógios. Quanto tempo o feixe laser leva para atingir a ponta do foguete? a) Para o observador na terra, b) para o piloto da nave? Isso faz sentido?

### Problema 2

- a) Mostre que podemos utilizar a luz sendo refletida em dois espelhos planos separados por uma distância  $L_0$  como um relógio que marca intervalos de tempo. Os espelhos estão alinhados/paralelos ao movimento de um certo referencial com velocidade  $V$  na direção  $x$ . Mostre que os intervalos de tempo medidos entre os observadores (parado ao lado do relógio) e num referencial  $S$  em repouso são simétricos. Se os espelhos estiverem alinhados na direção perpendicular ao movimento essa simetria se mantém?
- b) Para o mesmo problema, utilize a dilatação temporal para obter a contração espacial da separação  $L_0$  dos espelhos no referencial  $S$  parado.

### Problema 3

Considere os irmãos gêmeos João e Maria. Maria viaja no foguete da SpaceX numa velocidade de  $\frac{24}{25}c$  durante sete anos, medidos no relógio de Maria, então ela resolve voltar pra casa e reverte sua velocidade na direção oposta mas com metade da velocidade inicial. João, como sempre espera na casa a volta de Maria. a) Trace os diagramas de espaço-tempo com as linhas mundo de João e Maria no referencial de João. b) Trace as linhas mundo no espaço-tempo no referencial de Maria e qual o tempo marcado por ambos os relógios no reencontro? Existe algum problema com essa análise?

### Problema 4

As transformações de Lorentz obtidas em aula, utilizaram a propriedade da invariância do elemento de linha no espaço-tempo quadridimensional, que difere dos lugares geométricos de mesma distância no espaço euclidiano. No espaço euclidiano os pontos de distâncias iguais com relação a certo centro são circunferências em 2D e esferas em 3D, no espaço-tempo bidimensional de Minkowski essa quantidade também é um invariante. Neste caso os pontos geométricos que marcam a mesma distância com relação a algum ponto no espaço-tempo 2D são hipérbolas e hiperbolóides em 3D. As equações de boost de Lorentz ocorrem na direção paralela ao movimento, dessa forma as relações das coordenadas entre os referenciais são lineares entre elas e devem satisfazer as transformações de Galileu para o limite não relativístico  $v \ll c$ . Encontre os coeficientes  $\alpha$ ,  $\psi$ , e  $\phi$  de forma que as posições de uma frente de onda luminosa seja invariante em ambos os referenciais  $S$  e  $S'$ .

$$x' = \alpha(x - Vt), t' = \psi t + \phi x \quad (1)$$

Não há coeficientes que multipliquem  $y$  e  $z$  somadas a 1, já que um *boost* na direção  $x$  não altera dimensões nessas coordenadas.

44 **Problema 5**

45 a) Desenhe um diagrama de espaçotempo para um observador em  $S$  para descrever um experimento  
46 realizado em  $S$ . Um decaimento de uma partícula  $\gamma$  cria duas partículas simétricas (partícula e  
47 antipartícula) que viajam em direções opostas e ocorre na posição  $x = 0$  no tempo  $ct = -2m$ .  
48 As partículas viajam a metade da velocidade da Luz. Ambas encontram detectores localizados a  
49 distâncias de  $\pm 2m$  no eixo  $x$ . Após um tempo de  $0.5$  metros, os detectores enviam um sinal para o  
50 observador em  $x = 0$  com velocidade de  $75$  por cento da velocidade da luz.

51 b) Esse evento pode ser considerado simultâneo para este observador em  $S$ ? Por quê?

52 c) Um segundo observador viaja com velocidade de  $0.75c$  na direção negativa de  $x$  em relação a  $S$ .  
53 Desenhe o diagrama de espaçotempo do mesmo experimento realizado por  $S$  no referencial  $S'$   
54 observador em movimento. O observador em  $S$  recebe o sinal dos detectores simultaneamente? Se  
55 não, qual sinal ele recebe primeiro?

56 d) Calcule o intervalo  $\Delta S^2$  entre os eventos em ambos os referenciais.

57 **Problema 6**

58 O meio tempo de vida de uma partícula chamada méson pi (píons) é de  $2.5 \times 10^{-8}$  s quando a fonte de  
59 píons está em repouso em relação ao observador. Mostre que essas partículas se movendo a uma velocidade  
60 de  $0.999c$  aparenta ter uma meia vida de  $5.6 \times 10^{-7}$  s, quando medido pelo observador em repouso.

61 **Problema 7**

62 Suponha que a velocidade  $v$  do referencial  $S'$  em relação a  $S$  é pequena de forma que  $v \ll c$ . Mostre a  
63 dilatação temporal, a contração espacial e a soma relativística de velocidades pode ser escrita como:

64 a)  $\Delta t \approx (1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}) \Delta t'$

65 b)  $\Delta x \approx (1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}) \Delta x'$

66 c)  $v'_x \approx v_x + v + \frac{v_x v}{c^2} (v_x - V)$

67 **Problema 8**

68 Mostre que se dois eventos estão dentro do cone de luz de um ponto P, ou seja, são eventos separados do tipo  
69 temporal (*timelike separated*) existe um referencial inercial onde estes eventos ocorrem na mesma posição  
70 espacial. Da mesma forma, mostre que se dois eventos tem separação do tipo espacial (*spacelike separated*)  
71 então existe um referencial onde estes eventos sejam simultâneos.

72 **Problema 9**

73 As equações de soma relativística de velocidades de Einstein estudadas em aula, onde  $v'_x$  é a componente  
74  $x'$  no referencial  $S'$ ,  $v_x$  a velocidade no referencial  $S$  e  $V$  a velocidade do referencial  $S'$  em relação a  $S$ .  
75 Podemos expressar a velocidade do referencial segundo um parâmetro hiperbólico  $\alpha$  dado por 2. E outro  
76 parâmetro  $\beta$  para a velocidade  $v_x$  em relação a  $S$  dado pela relação 3.

$$V = c \tanh(\alpha) \quad (2)$$

77 
$$v_x = c \tanh(\beta) \quad (3)$$

78 Mostre que a composição relativística de velocidades pode ser dada por uma simples relação hiperbólica,  
79 de forma que:

$$v'_x = c \tanh(\alpha - \beta) \quad (4)$$

80 Qual a relação para o caso inverso? quanto vale  $v_x$  em função dos parâmetros hiperbólicos?

81 \_\_\_\_\_

82 **Observação:** Com base nos conceitos discutidos em aula, aconselho que escolham mais alguns problemas  
83 dos livros citados nas referências bibliográficas.

## 84 Referências

85 **bibliografia:** 1) Halliday/Resnick/Krane (Física IV) 10<sup>a</sup> edição. 2) TIPLER, Volume 2, Eletricidade e  
86 Magnetismo e óptica, Terceira edição. 3) MOYSES NUSSENZVEIG Física (IV), 4) JAMES HARTLE  
87 (Relatividade Geral) 5) BERNARD SCHUTZ (A first course in General Relativity) 2<sup>a</sup> edição.