Cap ② → Cinemática, não me preocupo com as causas

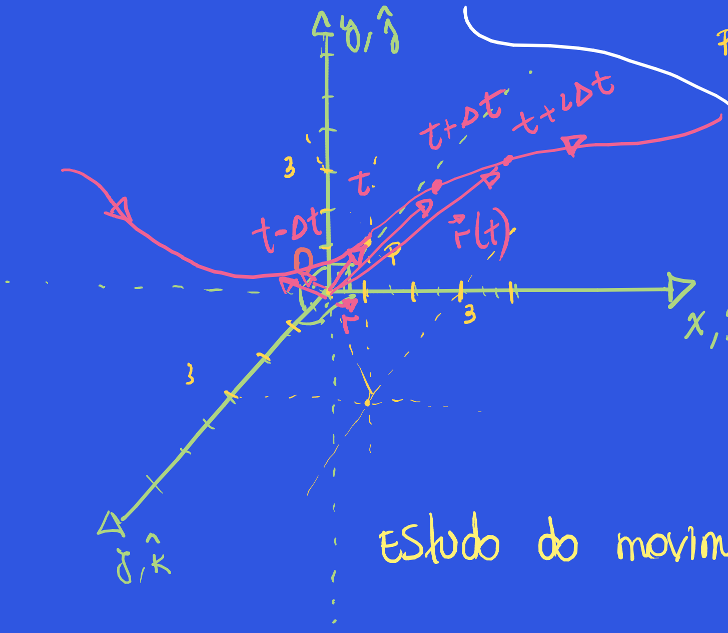
↳ Estudo/análise/exploração do movimento

partícula { → corpo, eu, você, cachorro, formiga
→ ponto
→ carro, avião, trem, bicicleta, etc..

Explorar movimento de uma partícula $\vec{r}(t), \vec{v}(t), \vec{a}(t)$

① Posição de uma partícula $\boxed{\vec{r}}$, deslocamento $\Delta\vec{r}, \vec{d}$

sistema cartesiano (x, y, z), $\{\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}\}$, $\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$



$P(3,3,3)$, $\vec{r}$ = vetor ligando a origem a posição

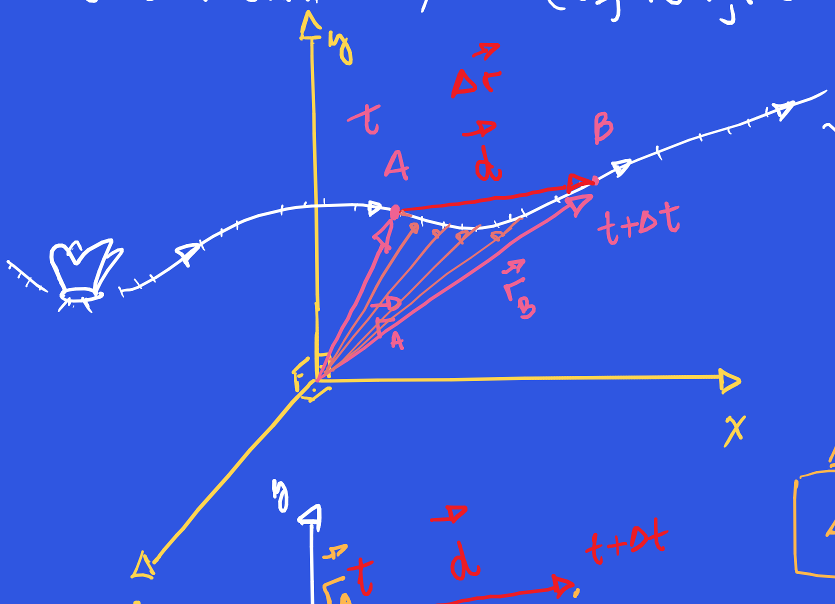
$$\boxed{\vec{r} = 3\hat{i} + 3\hat{j} + 3\hat{k}}$$

$$\vec{r}(t) = r_x(t)\hat{i} + r_y(t)\hat{j} + r_z(t)\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}}$$

Estudo do movimento: unidimensional 1D → 1+1
bidimensional 2D → 2+1
tridimensional 3D → 3+1

↳ Deslocamento $\vec{d}$, $\Delta\vec{r}$ (diferença de posição)



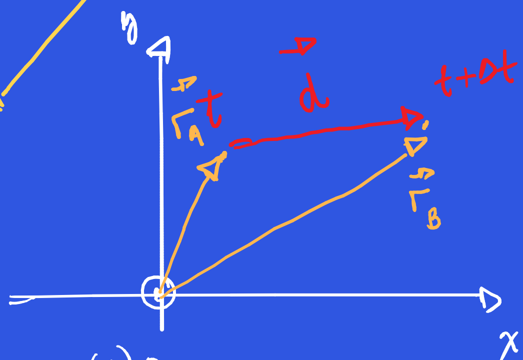
→ trajetória $\vec{r}(t)$

$$\vec{r}_A = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k} = \vec{r}(t)$$

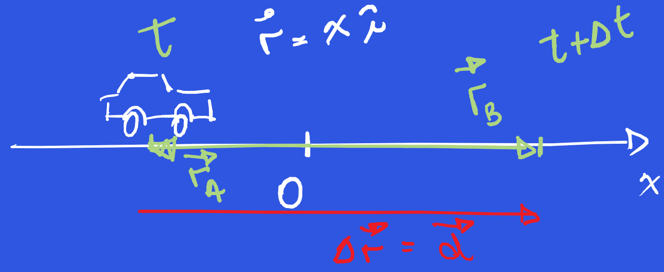
$$\vec{r}_B = x(t+\Delta t)\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} = \vec{r}(t+\Delta t)$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A}$$



$\vec{r} = x\hat{i} + y(t)\hat{j}$

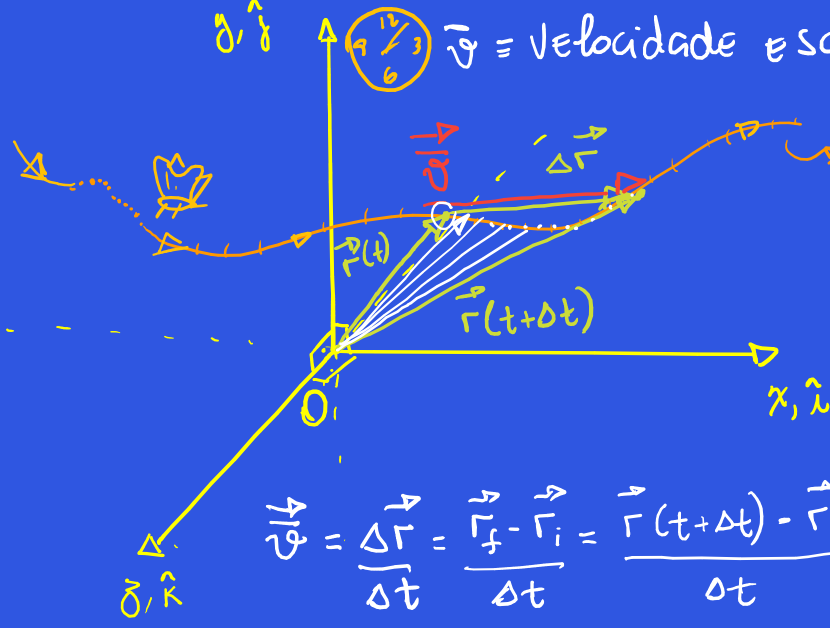


Velocidade $\vec{v}$ ↦ $\vec{\bar{v}}$ = velocidade média, $\vec{v}$ = velocidade instantânea

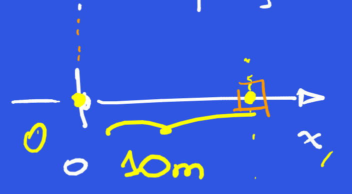
$\bar{v}$ = velocidade escalar média

$[\Delta \vec{r}]$ = metro, m

$[\vec{v}] = \frac{\text{metro}}{\text{segundo}} = \frac{m}{s}$



velocidade = taxa temporal de variação da posição



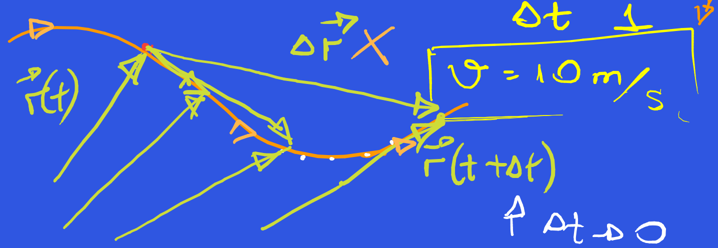
$t=0$ $\Delta t = 1\,s$

$$\vec{\bar{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} \Bigg\} \text{ Velocidade média}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10}{1}$$

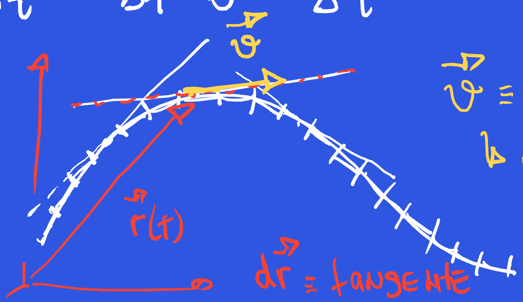
$$\boxed{v = 10\,m/s}$$

* → veloc. instantânea



$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}$$

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}$$



$\vec{v}$ = mesma direção que a trajetória

↳ vetor, cuja direção é sempre tangente a trajetória da partícula

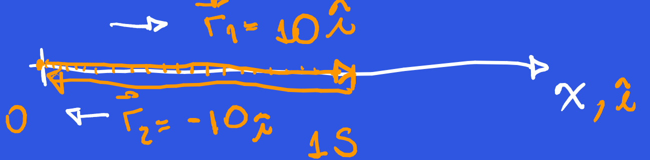
mov. 2D

~ veloc. instantânea

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ ≠ valor cte

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt}}$$

* ↦ Velocidade escalar média.



$$\vec{\bar{v}} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_f}{\Delta t} = \frac{0\hat{\imath} - 0\hat{\imath}}{\Delta t} = \vec{0}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} \vec{\bar{v}} = \vec{0} \\ \vec{v}(t) \neq \vec{0} \end{array}}$$

$$\bar{v} = \frac{\text{deslocamento}}{\Delta t} \Big\{ \text{percurso ou espaço percorrido}$$

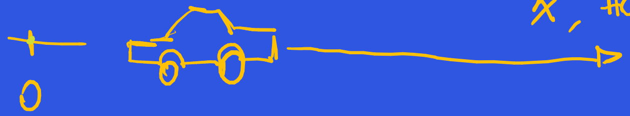
$$\boxed{\bar{v} = \frac{10+10}{2} = \frac{20}{2} = 10\,\frac{m}{s}}$$

$\bar{v} = \frac{\ell}{\Delta t}$ ↪ comprimento do percurso.

ACELERAÇÃO → 1ª aceleração média $\vec{\bar{a}}$, vetor
2ª " instantânea $\vec{a}$

→ variação temporal da velocidade $\vec{v}$ (taxa temporal de variação de velocidade)

x, horizontal → unidimensional



tabela

x(m)	t(s)
0	0
1m	1
3m	2
5m	3

Gráfico posição(x) vs tempo(t)

$\boxed{x(t)}$, $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt} \leftrightarrow \boxed{v = \frac{dx}{dt}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t}$

→ derivada temporal da posição

ACELERAÇÃO média

$$\boxed{\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}} = \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$

//

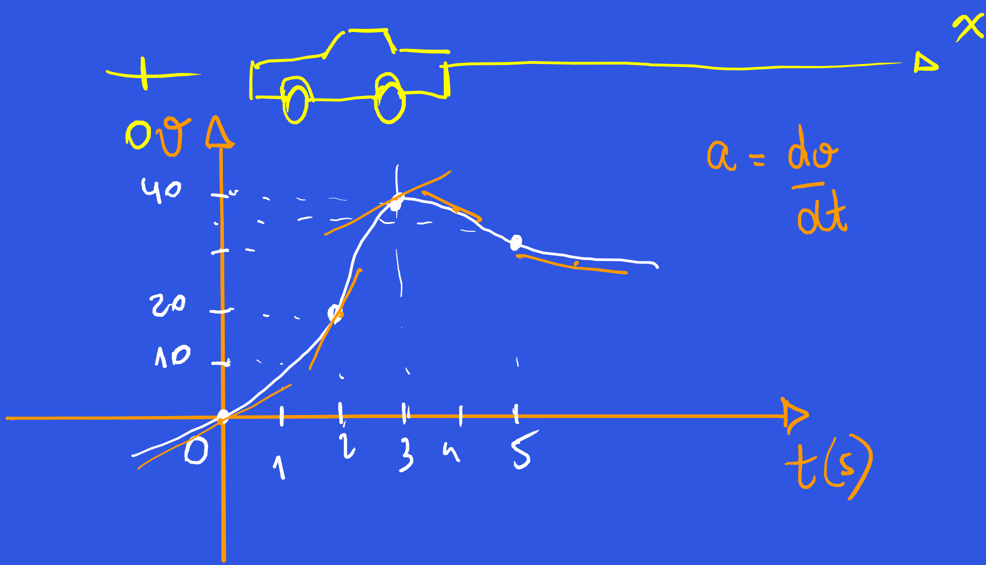
t(s)	v (m/s)
0	0
10	20
20	100

$\bar{a} = \frac{20-0}{10-0} = \frac{20}{10} = 2\frac{m}{s^2}$

$\bar{a} = \frac{100-20}{20-10} = \frac{80}{10} = 8\frac{m}{s^2}$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t}$$

$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt}}$ → ACELERAÇÃO INSTANTÂNEA



$a = \frac{dv}{dt}$

$\boxed{v(t) = \frac{dx(t)}{dt}}$

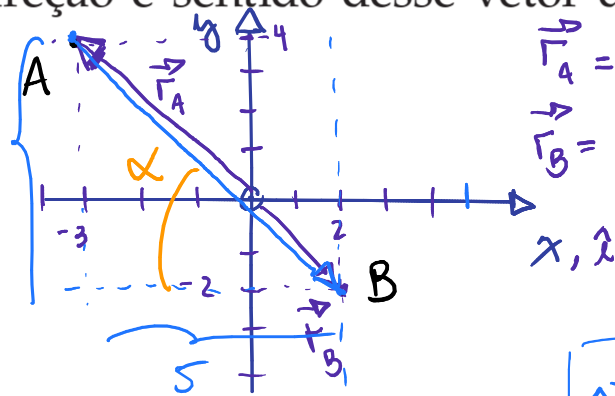
t(s)	v(m.s^{-1})
0	0
1	10
2	20
3	40
5	30

Exercícios Propostos

1) Uma partícula desloca-se de uma posição de coordenadas $x_A = -3\,\text{m}$; $y_A = 4\,\text{m}$ até uma posição de coordenadas $x_B = 2\,\text{m}$; $y_B = -2\,\text{m}$.

a) Escreva o vetor deslocamento em termos de seus componentes vetoriais;

b) Determine módulo, direção e sentido desse vetor deslocamento.



$\vec r_A = -3\hat i + 4\hat j$

$\vec r_B = 2\hat i - 2\hat j$

$x_A = -3m$ | $x_B = 2m$

$y_A = 4m$ | $y_B = -2m$

$\alpha = arc\,tg\left(\frac{6}{5}\right)$

Partícula

A ↦ B

$$\Delta\vec r = \vec r_f - \vec r_i = \vec r_B - \vec r_A$$

$$\Delta\vec r = 2\hat i - 2\hat j - (-3\hat i + 4\hat j)$$

$$2\hat i - 2\hat j + 3\hat i - 4\hat j = 5\hat i - 6\hat j$$

$$\boxed{\Delta\vec r_{A\mapsto B} = 5(m)\hat i - 6(m)\hat j}$$

b) $\Delta\vec r = 5\hat i - 6\hat j$,

$$\Delta r^2 = 5^2 + 6^2$$

$$\Delta r^2 = 25 + 36$$

$$\Delta r^2 = 61$$

$$\boxed{\Delta r = \sqrt{61}\,m}$$

Sentido → de A ↦ B

Direção → linha que faz ângulo α c/ horizontal

onde $\boxed{\alpha = arctg\left(\frac{6}{5}\right)}$

3) Uma partícula move-se de tal forma que sua posição em função do tempo é dada pela equação $\vec{r} = (3t+2)\vec{i} - (4t^2 - 50t)\vec{j} + 10\vec{k}$ em *metros*.

a) Obtenha a expressão do vetor velocidade dessa partícula;

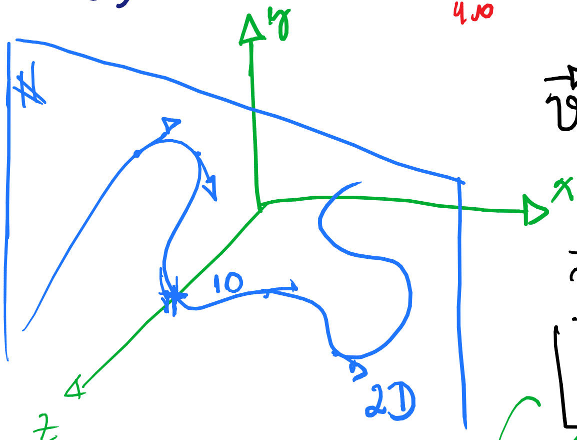
b) Determine o vetor velocidade no instante $t = 10\,\text{s}$;

$\vec{r}(0) = 2\hat{i} + 0\hat{j} + 10\hat{k}$ | $\vec{r}(10) = 32\hat{i} - 350\hat{j} + 10\hat{k}$

c) Calcule o vetor velocidade média no intervalo de tempo de 0 a 10 s.

$$\vec{r}(t) = (3t+2)\hat{i} - (4t^2 - 50t)\hat{j} + 10\hat{k} = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

4.10



$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(3t+2)\hat{i} + \frac{d}{dt}(4t^2-50t)\hat{j} + \frac{d}{dt}10\hat{k}$$

$$\vec{v}(t) = 3\hat{i} + (8t-50)\hat{j} + 0\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = 3\hat{i} + (8t-50)\hat{j}}$$

$t = 10\,\text{s}$

$$\vec{v}(10) = 3\hat{i} + (\underbrace{8 \times 10}_{80} - 50)\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{v}(10) = 3\hat{i} + 30\hat{j}\ (m.s^{-1})}$$

$$\vec{v}(0) = 3\hat{i} + (8.0 - 50)\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{v}(0) = 3\hat{i} - 50\hat{j}\ \ m s^{-1}}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(10) - \vec{r}(0)}{10} = \frac{32\hat{i} - 350\hat{j} + 10\hat{k} - [2\hat{i} + 10\hat{k}]}{10} = \frac{30\hat{i} - 350\hat{j}}{10}$$

$$\boxed{\vec{v} = 3\hat{i} - 35\hat{j}}$$

5) Uma partícula movimenta-se de tal forma que sua velocidade em função do tempo é dada pela equação $\vec{v} = (-t^2 + t - 5)\vec{i} + (t^3 + 2t - 3)\vec{j} - (4t)\vec{k}$ em m/s.

$-4 + 2 - 5 \qquad 8 + 4 - 3$

a) Obtenha a expressão da aceleração dessa partícula;

b) Determine a aceleração no instante $t = 2\,\text{s}$;

c) Determine a aceleração média no intervalo de tempo de 0 a 2 s;

d) Calcule o módulo da aceleração média entre 0 e 2 s.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = (-2t+1)\hat{i} + (3t+2)\hat{j} - 4\hat{k}$$

b) $\vec{a}(0) = -3\hat{i} + 8\hat{j} - 4\hat{k}$

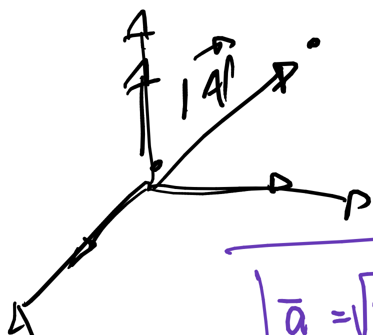
c) $$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(2) - \vec{v}(0)}{2-0} = \frac{-7\hat{i} + 9\hat{j} - 8\hat{k} - (-5\hat{i} - 3\hat{j} + 0\hat{k})}{2}$$

$$= \frac{-2\hat{i} + 12\hat{j} - 8\hat{k}}{2}$$

$$\boxed{\bar{\vec{a}} = -1\hat{i} + 6\hat{j} - 4\hat{k} \quad (m.s^{-2})}$$

$$\vec{A} = A_x\hat{i} + A_y\hat{j} + A_z\hat{k}$$

$$\boxed{|\vec{A}|^2 = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$



$$\boxed{\bar{a} = \sqrt{53}\ \frac{m}{s^2}}$$

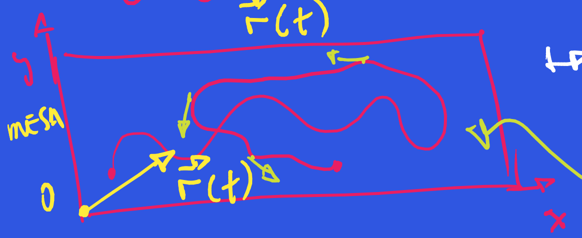
$$\bar{a}^2 = (-1)^2 + 6^2 + (-4)^2$$

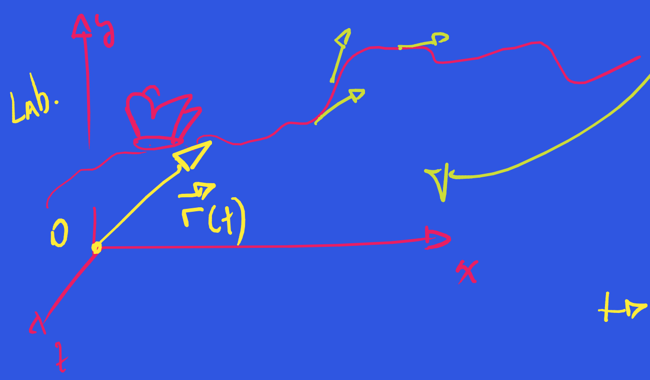
$$\bar{a}^2 = 1 + 36 + 16 = 53$$

movimento acelerado $\vec{a}(t)$

$\hookrightarrow$ constante $\rightarrow$ $\boxed{\vec{a}(t) = \vec{a}} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}$

$[\vec{a}] = m \cdot s^{-2} = \frac{m}{s^2}$





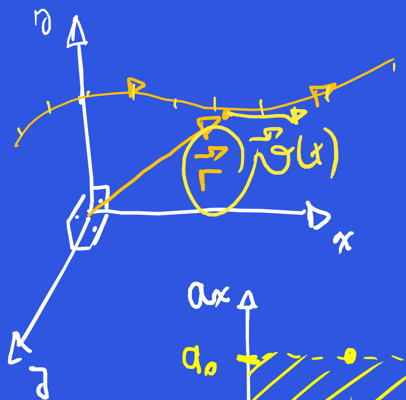
$\mapsto$ Quero descobrir a posição em função do tempo $\boxed{\vec{r}(t) = x(t)\hat{\imath} + y(t)\hat{\jmath} + z(t)\hat{k}}$

Condições iniciais $\vec{r}_0, \vec{v}_0$

$\mapsto$ Velocidade da partícula?

$$\boxed{\vec{v}(t) = v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath} + v_z(t)\hat{k}}$$

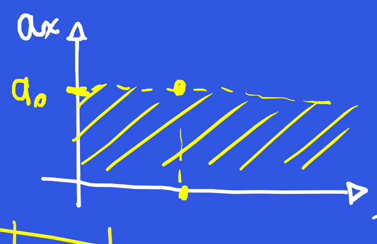
$\mapsto$ $\boxed{\vec{a} = a_x\hat{\imath} + a_y\hat{\jmath} + a_z\hat{k}} = \text{cte}$



$\vec{r}(t)$? Eu sei a aceleração.

$\vec{v}(t)$?

Aceleração é cte $\vec{a} = \text{cte}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$



$$\bar{\vec{a}} = \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{\vec{v}(t) - \vec{v}(t_0)}{t - t_0}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}(t) - \vec{v}(0)}{t - 0} = \frac{\vec{v}(t) - \vec{v}_0}{t}$$

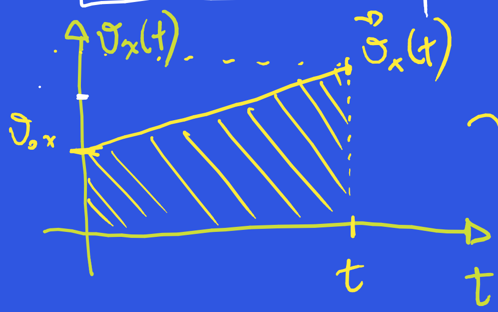
$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t}$$

$\mapsto$ Equação da velocidade p/ mov. acelerado c/ $\vec{a} = \text{cte}$

$\hookrightarrow$ $v_x(t)\hat{\imath} + v_y(t)\hat{\jmath} + v_z(t)\hat{k} = v_{0x}\hat{\imath} + v_{0y}\hat{\jmath} + v_{0z}\hat{k} + ta_x\hat{\imath} + ta_y\hat{\jmath} + ta_z\hat{k}$

$\boxed{v_x(t) = v_{0x} + a_x t}$ $\mapsto$ $\boxed{v_y(t) = v_{0y} + a_y t}$ $\mapsto$ $\boxed{v_z(t) = v_{0z} + a_z t}$

Equações de primeiro grau



$\hookrightarrow$ Velocidade média $\boxed{\bar{v}_x = \frac{v_x(t) + v_{0x}}{2}}$ fazer p/ y e z

$$\boxed{\bar{\vec{v}} = \frac{\vec{v}(t) + \vec{v}_0}{2}}$$

$\mapsto$ Veloc. média p/ o movimento c/ aceleração cte.

$\boxed{\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}}$ $\mapsto$ Velocidade média

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_f - \vec{r}_i}{t_f - t_i} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(t_0)}{t - t_0} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}(0)}{t - 0} = \frac{\vec{r}(t) - \vec{r}_0}{t}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}\,t = \vec{r}_0 + \left(\frac{\vec{v}(t) + \vec{v}_0}{2}\right).t = \vec{r}_0 + \frac{\vec{v}_0 t}{2} + \frac{\vec{v}(t)\,t}{2}$$

$$\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t}$$

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \frac{\vec{v}_0 t}{2} + \frac{\vec{v}_0 t}{2} + \frac{\vec{a} t^2}{2} \mapsto \boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a} t^2}{2}}$$

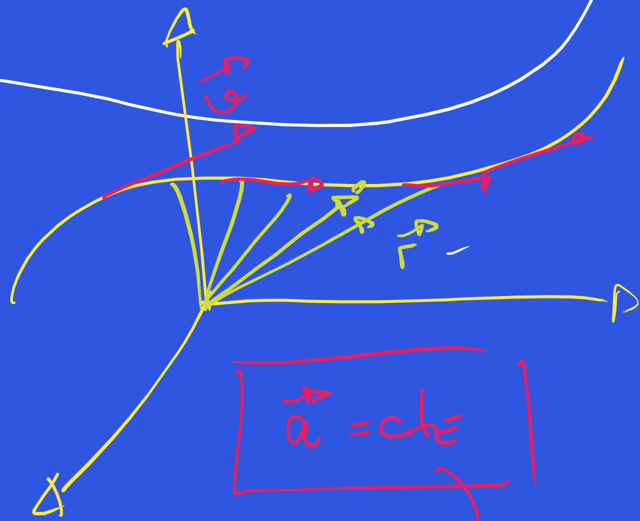
↦ Equação de movimento
$(\vec{r}_0, \vec{v}_0, \vec{a})$

$$\vec{r}(t) = x(t).\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t).\hat{k}$$
$$\vec{r}_0 = x_0\hat{i} + y_0\hat{j} + z_0\hat{k}$$
$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{i} + v_{0y}\hat{j} + v_{0z}\hat{k}$$

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{a_x t^2}{2}$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{a_y t^2}{2}$$

$$z(t) = z_0 + v_{0z}t + \frac{a_z t^2}{2}$$



$$\boxed{\vec{a} = cte}$$

Fórmula/Equação de Torricelli

$(\vec{v}_0, \vec{r}_0, \vec{a}) \mapsto \boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t}$

$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$

dependem do tempo t

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{0x} + a_x t \\ x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \end{cases}$$

$x(v)$ ou $v(x)$

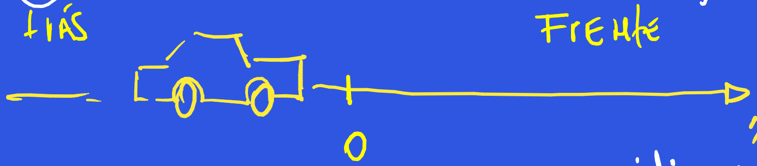
$$\vec{v}\cdot\vec{v} = (\vec{v}_0 + \vec{a}t)\cdot(\vec{v}_0 + \vec{a}t)$$
$$v^2 = \vec{v}_0\cdot\vec{v}_0 + 2\vec{v}_0\cdot\vec{a}t + \vec{a}\cdot\vec{a}t^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot\left(\vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2\right)$$

$$\vec{r}(t) - \vec{r}_0 = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)} \mapsto \text{fórmula}$$

$$\boxed{v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a\,\overbrace{(x - x_0)}^{\Delta x}}$$

① Movimento Retilíneo Uniforme (M.R.U), $\vec{a} = \vec{0}$ (nula)



$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$, $\vec{v} = cte$

unidimensional

$$\boxed{a = \frac{dv}{dt} = 0}$$

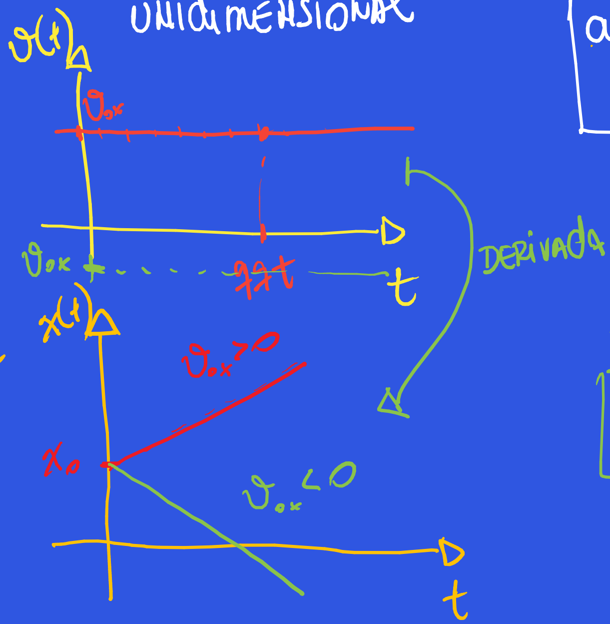
$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$v_x(t) = v_{0x} = cte$

$$\boxed{v_x = cte}$$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_{0x}t}$$



$x(t) = x_0 + v_{0x}t$

$$\boxed{S(t) = S_0 + v_0 t}$$

Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado (M.R.U.A)

$a \neq 0$, $\boxed{a = cte}$

$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$

$v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)$

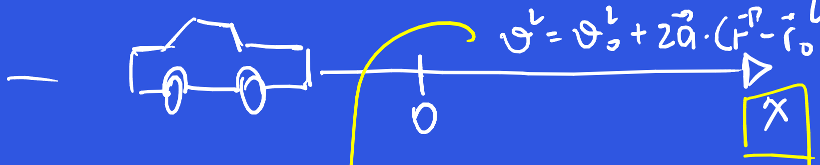
$v_x(t) = v_{0x} + a_x t$

$$\boxed{v(t) = v_0 + at}$$

$x(t) = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}$$

$S = S_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

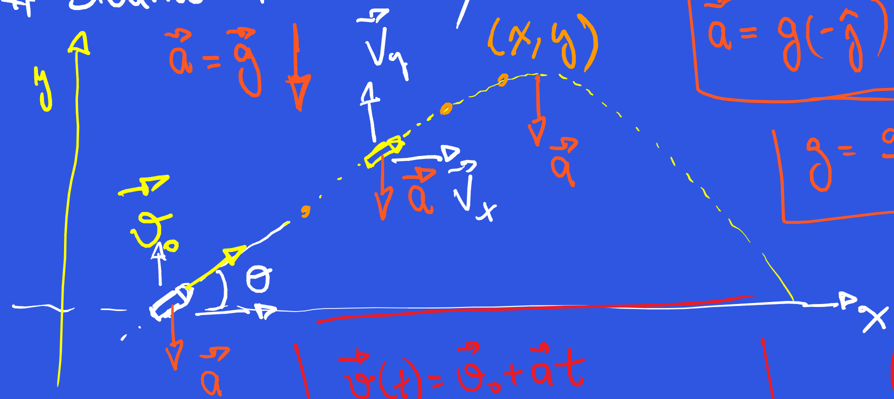


$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x}$$

tanto o M.R.U e o M.R.U.A são 1D unid.

Bidimensional 2D / ou 3D

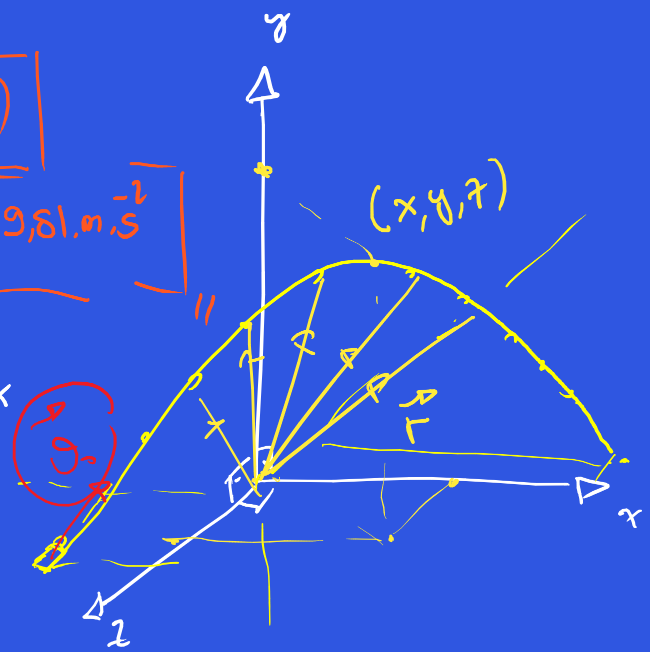
$\vec{a} = \vec{g}$



$$\boxed{\vec{a} = g(-\hat{j})}$$

$$\boxed{g = 9{,}81\,m\,s^{-2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{a}t \\ \vec{r}(t) &= \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2\end{aligned}}$$



Exercícios Propostos

objeto caindo - queda livre, $a = g =$ aceleração da gravidade

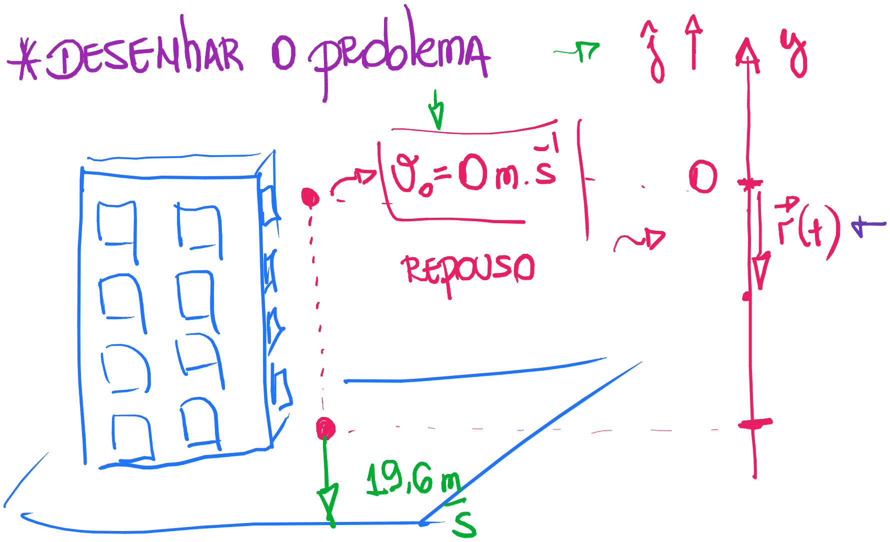
$g = 9{,}81\, m/s^2$

9) Um objeto é solto da janela de um edifício, cai livremente e atinge o solo 2 s depois. Calcule:

a) o módulo da velocidade do objeto imediatamente antes de atingir o solo;

b) a altura, em relação ao solo, do ponto onde o objeto foi solto.

*DESENHAR O PROBLEMA



$\vec{r}_0 = \vec{0}$, $\boxed{\vec{r}(t) = y(t)\hat{j}}$

$\vec{a} = \vec{g} = g(-\hat{j}) \mapsto \boxed{\vec{a} = -g\hat{j}}$

$\vec{a} = cte$, $\boxed{M.R.U.A}$

$t_0 = 0s$

$t = 2s$

$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}t$

$\vec{v}(2) = \vec{v}_0 + \vec{a}.2$

$\vec{v}(2) = \vec{0} + 2(-g)\hat{j} = -2g\hat{j}$

$\boxed{\vec{v}(2) \cong -19{,}6\hat{j}\ \left(\frac{m}{s}\right)}$ //

$\vec{r}(t) = \cancel{\vec{r}_0} + \cancel{\vec{v}_0 t} + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$ ($\vec{0}$, $\vec{0}$)

$\vec{r}(2) = \frac{1}{2}2^2(-g)\hat{j} = -2g\hat{j}$

$\boxed{\vec{r}(2) = -2 \times 9{,}81\hat{j}\ (m) \cong -19{,}6(m)\hat{j}}$

↳ unidimensional.

11) Um projétil é lançado da posição A dada por $\vec{r}_A = (40\hat{j})$ m com uma velocidade $\vec{v}_A = (200\,\vec{i} + v_{y_A}\,\vec{j})$ m/s. Depois de um intervalo de tempo t_{AB}, o projétil está na posição B, dada por $\vec{r}_B = (1000\,\vec{i} + 300\,\vec{j})$m com uma velocidade $\vec{v}_B = (v_{x_B}\,\vec{i} + v_{y_B}\,\vec{j})$ m/s. Calcule:

a) v_{x_B};

b) t_{AB};

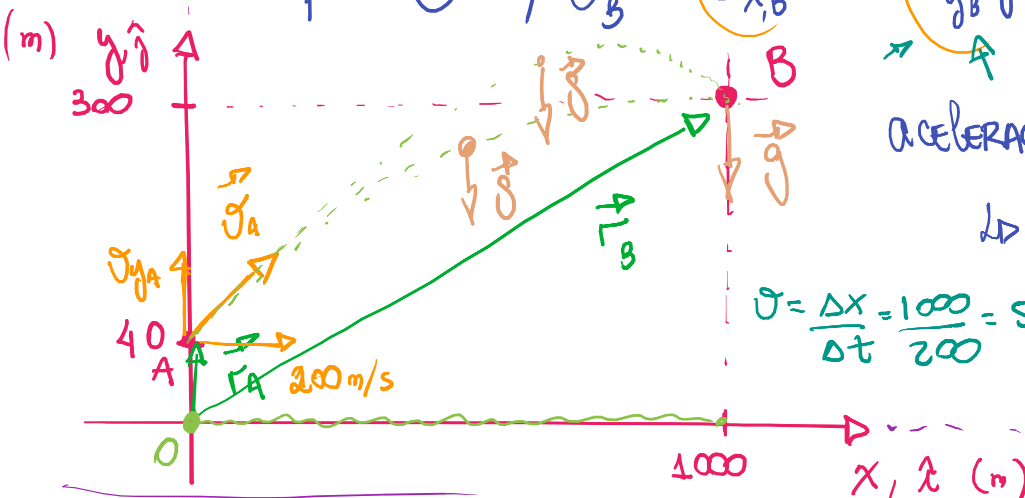
c) v_{y_A};

d) v_{y_B}.

ponto Ⓐ $\begin{cases} \vec{r}_A = 40\hat{j}\,(m) + 0\hat{i} + 0\hat{j} & (0,40,0) \quad \vec{r}(0) \\ \vec{v}_A = 200\hat{i} + v_{yA}\hat{j} \end{cases}$

$\vec{r}(t_{AB})$ ponto Ⓑ $\begin{cases} \vec{r}_B = 1000\hat{i} + 300\hat{j} \\ \vec{v}_B = v_{x,B}\hat{i} + v_{yB}\hat{j} \end{cases}$

$\bar{N}$ há movimento na direção. (movimento bidim. 2D) $\{x, y\}$



aceleração, $\vec{a} = \vec{g}$

⟶ lançamento de projétil.

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000}{200} = 5\,s$

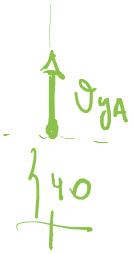
$\boxed{\vec{a} = -g\hat{j}}$

$\boxed{\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2}$, $\boxed{\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t}$, $\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\vec{a}\cdot(\vec{r} - \vec{r}_0)}$

* movimento na direção ⓧ, $\vec{a} = -g\hat{j} + 0\hat{i} + 0\hat{j}$, $a_x = 0$, $a_y = -g$, $a_z = 0$

$v_x(t) = v_{0x} + \cancel{a_x t} = \boxed{v_x(t) = v_{0x}}$ $\boxed{v_{x,B} = 200\,m/s}$

* movimento na direção ⓨ, $\vec{a} = -g\hat{j}$, $\boxed{a_y = -g}$, $a_x = 0$, $a_z = 0$.



$y = 300\,m$

$y(t) = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2$, t = tempo do movimento. $\boxed{t = 5\,s}$

$y(5) = 300 = 40 + v_{yA}5 - \frac{19{,}81 \times 25}{2}$

$5\,v_{yA} = 300 - 40 + \frac{19{,}81}{2} \cdot 25$

$\boxed{v_{yA} \cong 76{,}5\,m/s}$ //

$v_y = v_{0y} + at$

$v_{yB} = 76{,}5 - 9{,}81 \cdot 5$

$\boxed{v_{yB} \cong 27{,}45\,m \cdot s^{-1}}$

movimento acelerado $\vec{a}(t) \neq cte \neq \vec{0}$ $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$, $\vec{v}_{(t)} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

$\vec{a}(t)$ = informação necessária

↦ movimento unidimensional $\boxed{a_x = a(t)}$ = forma matemática

$$a = \frac{dv}{dt} \mapsto a(t) = \frac{dv(t)}{dt} \mapsto \int a(t)dt = \int \frac{dv(t)}{dt}dt = \int dv(t)$$

$$\int_{v(0)}^{v(t)} dv(t) = \int_{t=0}^{t} a(t)dt = \boxed{v(t) - v(0) = \int_{t=0}^{t} a(t')dt}$$

$$v(t) = v_0 + \int_{t=0}^{t} a(t')dt'$$

$$v = \frac{dx}{dt} \therefore v(t) = \frac{dx(t)}{dt} \therefore$$

$$\int_{t=0}^{t} v(t)dt' = \int_{t=0}^{t} \frac{dx(t)}{dt}.dt = \int_{x(0)}^{x(t)} dx(t) = x(t) - x(t_0) = x(t) - x_0$$

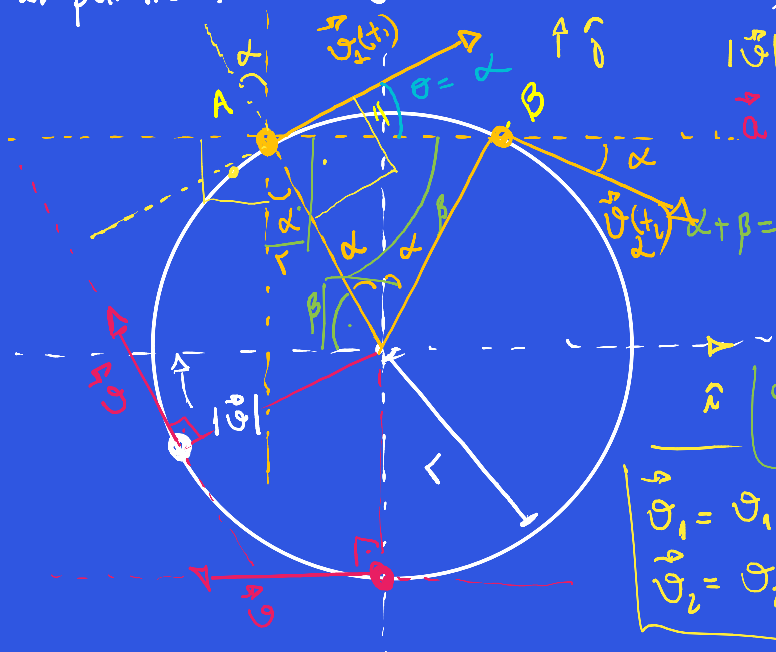
$$x(t) = x_0 + \int_{t=0}^{t} v(t')dt'$$

0 x

movimento circular uniforme (M.C.U)

↳ partícula → trajetória circular (2D) ↦ raio definido (r), $|\vec{v}| = cte$,,

$|\vec{v}| = cte$, $\vec{v}$ = tangente a trajetória



$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \neq \vec{0}$, M.C.U $\begin{cases} |\vec{v}| = cte \\ \text{acelerado} \end{cases}$

$$\boxed{\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha}$$

$$\frac{\pi}{2} = \theta + \beta$$

$$\boxed{\theta = \frac{\pi}{2} - \beta}$$

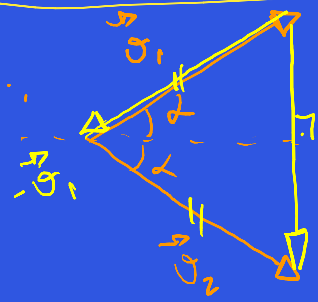
$$\boxed{\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \vec{v}_1 &= v_1 \cos\alpha\, \hat{i} + v_1 \operatorname{sen}\alpha\, \hat{j} \\ \vec{v}_2 &= v_2 \cos\alpha\, \hat{i} - v_2 \operatorname{sen}\alpha\, \hat{j} \end{aligned}}$$

$$\alpha = \frac{s}{r}$$

$$\boxed{s = 2\alpha r}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \mapsto \vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$$

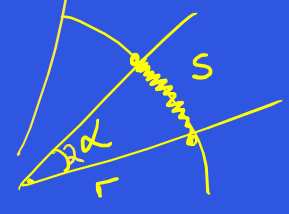


direção radial.

$$\boxed{\vec{a} = -2\frac{v \operatorname{sen}\alpha}{\Delta t}\hat{j}}$$

↳ aponta na direção do centro

aceleração centrípeta.



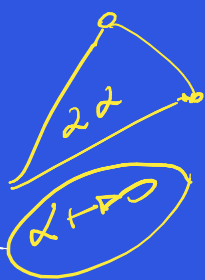
$$v = \frac{s}{\Delta t} \therefore \Delta t = \frac{s}{v} = \frac{2\alpha r}{v}$$

$$\vec{a} = -\frac{2v\,\text{sen}\,\alpha}{\Delta t}\,\hat{r}$$

$$\Delta t = \frac{2\alpha \cdot r}{v}$$

dt

$$\lim \Delta t \mapsto 0$$



$$\vec{a} = -\frac{\cancel{2}v\,\text{sen}(\alpha)\cdot v}{\cancel{2}r\alpha}\,\hat{r}$$

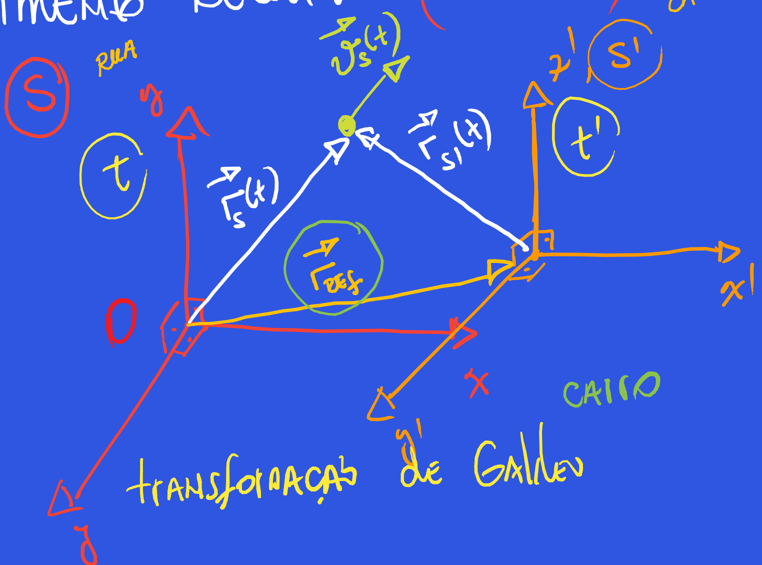
$$\boxed{\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\underbrace{\frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha}}_{\to 1}\,\hat{r}}$$

$$\boxed{\lim_{\alpha \mapsto 0} \text{sen}(\alpha) = \alpha}$$

$$\boxed{\lim_{\alpha \mapsto 0} \frac{\text{sen}(\alpha)}{\alpha} = 1}$$

$$\boxed{\vec{a} = -\frac{v^2}{r}\,\hat{r}}$$

* movimento relativo. (clássico)



transformação de Galileu

$$\vec{r}_{ref} + \vec{r}_{s'} = \vec{r}_s$$

$$\boxed{\vec{r}_{s'} = \vec{r}_s - \vec{r}_{ref}}$$ prédio

$$\frac{d\vec{r}_{s'}}{dt} = \frac{d\vec{r}_s}{dt} - \frac{d\vec{r}_{ref}}{dt}$$

$$\boxed{\vec{v}_{s'} = \vec{v}_s - \vec{v}_{ref}}$$ //