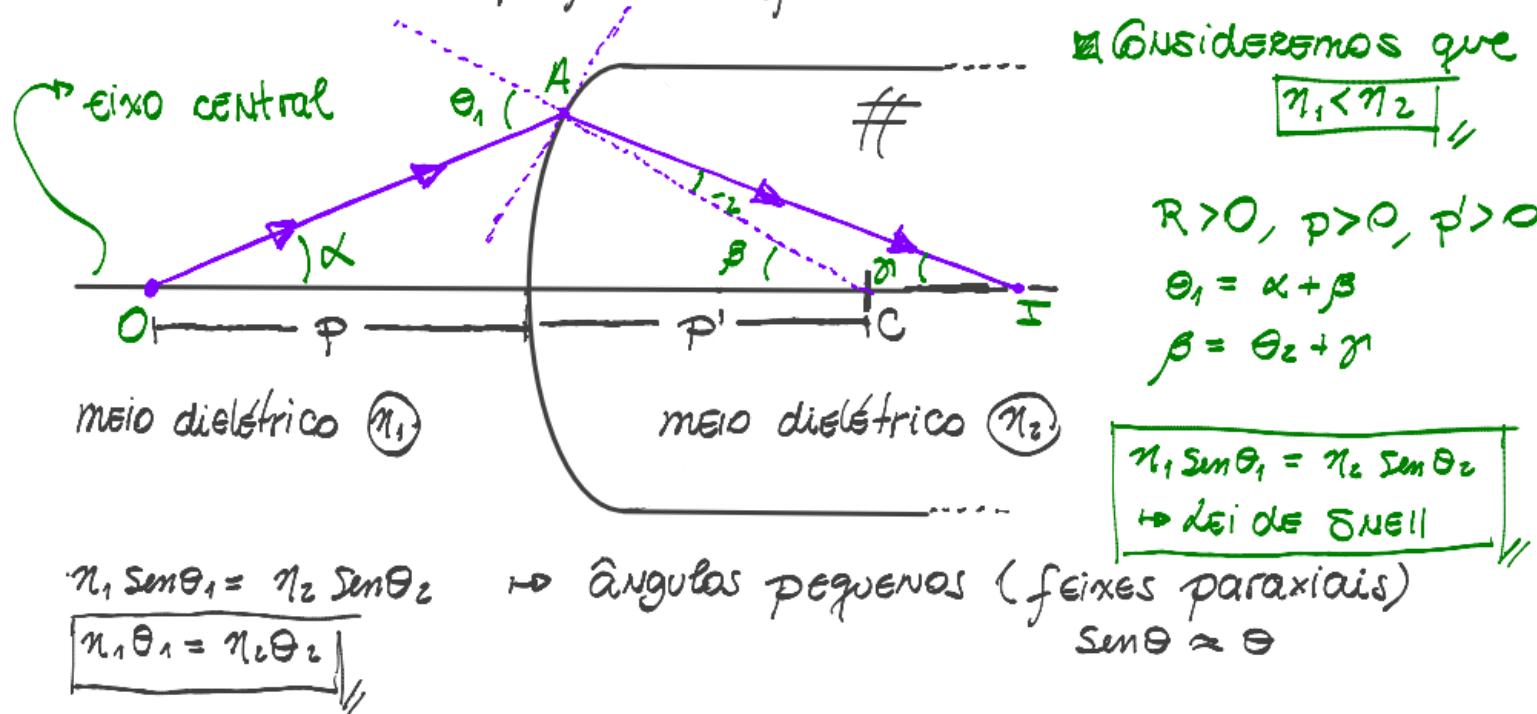


12.13 Equação das LENTES DELGADAS (Equação das fabricantes de lentes)

Para compreender como as lentes refratam a luz e formam imagens, é necessário entender a transmissão do feixe entre meios dieletricos. Para isso vamos começar pela transmissão do feixe de um meio com n_1 para n_2 em que a interface é uma colcha esférica, para feixes paraxiais.

Fórmula das Superfícies Refratoras



$$\theta_1 = \frac{n_2}{n_1} \theta_2 \rightarrow \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\alpha + \beta - \frac{n_2}{n_1} \beta = -\frac{n_2}{n_1} \gamma$$

$$\alpha + \beta \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) = -\frac{n_2}{n_1} \gamma$$

$$\frac{\alpha}{P} + \frac{\beta}{P'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_1}{P} + \frac{n_2}{P'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$$

$$\alpha = \frac{AV}{P}, \quad \gamma = \frac{AV}{P'}, \quad \beta = \frac{AV}{R}$$

$$n_1 \alpha + n_2 \gamma = \beta (n_2 - n_1)$$

$$n_1 \frac{AV}{P} + n_2 \frac{AV}{P'} = (n_2 - n_1) \frac{AV}{R} \Rightarrow \frac{n_1}{P} + \frac{n_2}{P'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$$

* Imagem REAL formada dentro do dieletrico ($n_1 < n_2$) dieletrico com índices de refração n_2 , $P > 0, P' > 0, R > 0$ superfície/interface convexa.

12.13.1 Equação dos fabricantes de lentes (para lentes delgadas)

C_1 = Centro superfície ①
 C_2 = Centro superfície ②

Pg 308
 L = espessura da lente

meio n_1

I_1, O_2

O_1

P_1'

P_1

V_1

meio n_2

R_1

C_1

C_2

R_2

C_2

meio n_1

I_2

P_2'

V_2

A primeira interface gera uma imagem I_1 (virtual) a uma distância P_1' do vértice, (portanto $P_1' < 0$) a partir de um ponto objeto localizado em P_1 .

■ Note que esta análise não é válida para elementos ópticos espessos. Para isso é preciso resolver numéricamente.

A SEGUNDA SUPERFÍCIE GERA UMA IMAGEM EM I_2 , LOCALIZADA EM P_2 , A PARTIR DO OBJETO O_2 , QUE É IMAGEM DA 1ª INTERFACE.

→ Eq. ①

#INTERFACE
 ①

$$\frac{n_1 + n_2}{P_1 - P_1'} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1}$$

#INTERFACE
 ②

$$\frac{n_2 + n_1}{P_2 - P_2'} = \frac{(n_1 - n_2)}{R_2}$$

→ Eq. ②

Como $P_1' < 0$, fazemos a troca $P_1' = -P_1''$ onde $P_1'' = |P_1'|$, assim temos que $P_2 = L + P_1''$

$$\text{de eq. ① } \frac{n_1 - n_2}{P_1 - P_1''} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1}, \quad \text{eq. ② } \frac{n_2 + n_1}{P_1'' + L - P_2} = -\frac{(n_1 - n_2)}{R_2}$$

Somando as últimas relações e considerando que L é muito pequena comparado aos módulos de $P_1, P_2, P_1', P_2', R_1, R_2$ temos

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_1 - n_2}{P_1 - P_1''} &= \frac{(n_2 - n_1)}{R_1} \\ \frac{n_2 + n_1}{P_1'' - P_2} &= -\frac{(n_1 - n_2)}{R_2} \end{aligned} \right\} \quad \frac{n_1 + n_2}{P_1 - P_2} = \frac{(n_2 - n_1)}{R_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad \rightarrow \quad \frac{1}{f} = \left(\frac{n_2 - 1}{n_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$\text{ou} \quad \frac{1}{P_1} + \frac{1}{P_2} = \left(\frac{n_2 - 1}{n_1} \right) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{P} + \frac{1}{P'} = \frac{1}{f}$$

→ Eq. ④

$$\boxed{\frac{1}{P} + \frac{1}{P'} = \frac{1}{f}} \quad \text{→ Eq. ⑤}$$

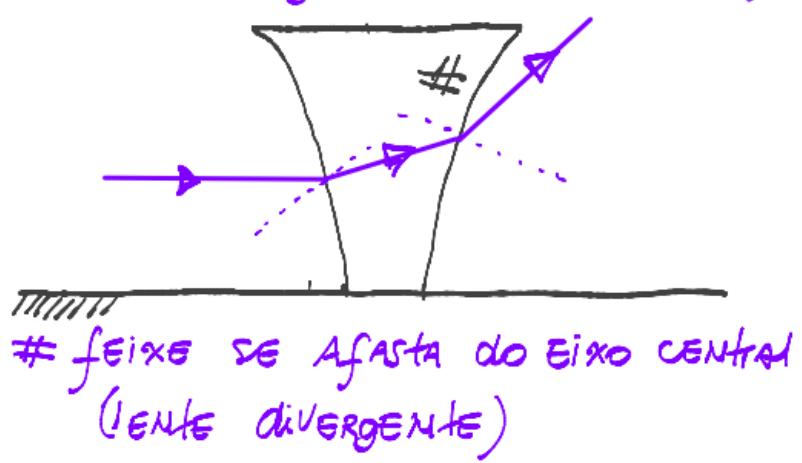
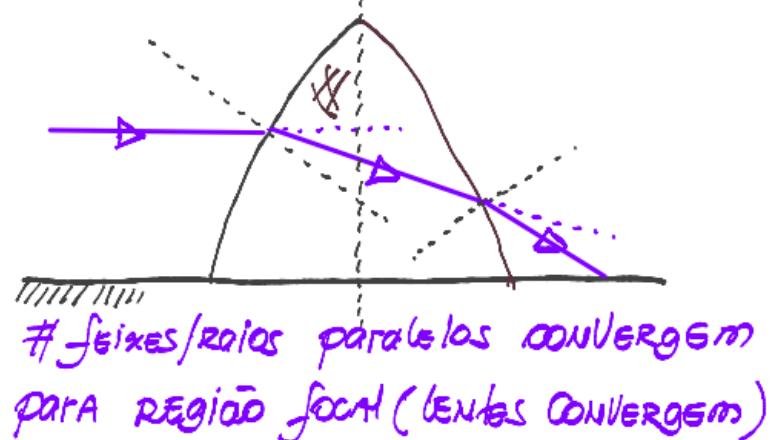
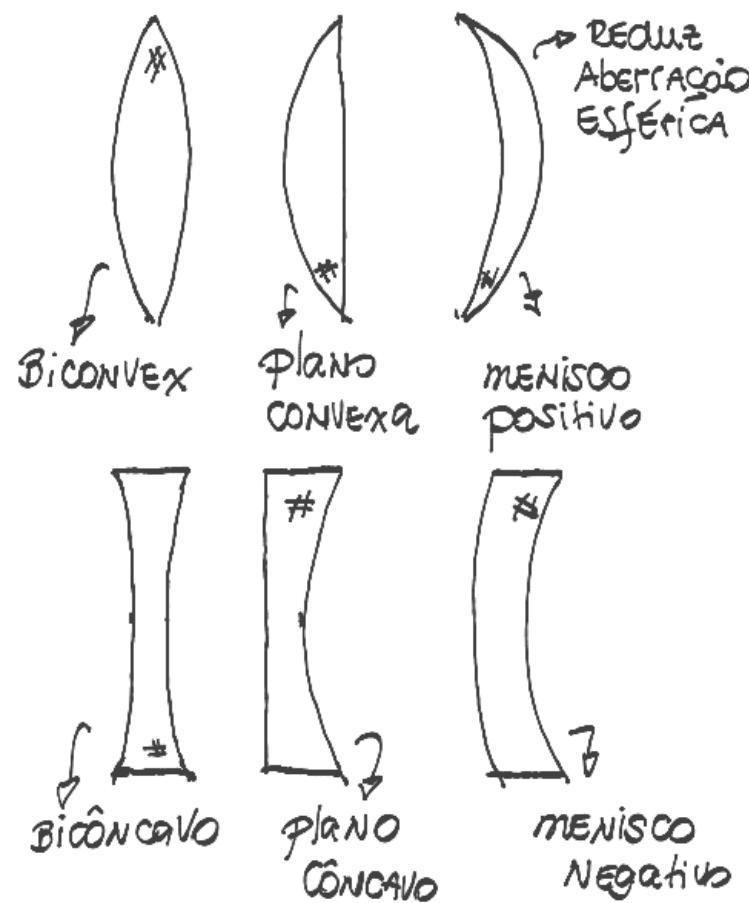
■ Eq. ④ → Equação dos fabricantes de lentes.

■ Eq. ⑤ → " das lentes delgadas.

12.14 Formação de Imagens (lentes delgadas) → LENTES CONVERGENTES E DIVERGENTES

Pg 309

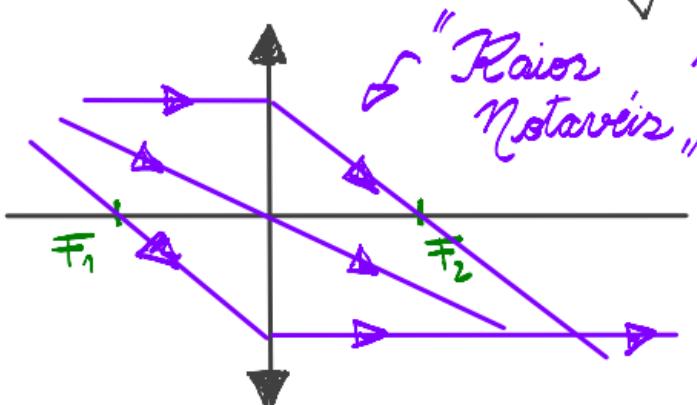
→ Consideremos a seguir que $n_1 < n_2$ ($n_1 = \text{ar}$, $n_2 = \text{vídeo}$)



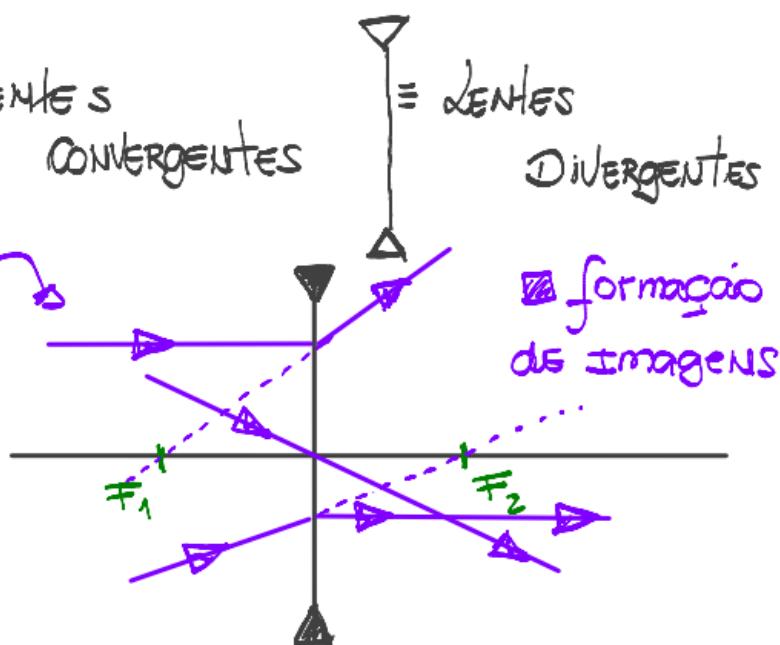
→ Lembrar-se que na aproximação paraxial L é muito pequeno comparado às dimensões da lente. Para feixes que se afastam muito do eixo central apenas a porção mais central sofrerá refração segundo as equações riscadas até aqui.

→ Note também que se a relação entre n_1 e n_2 for invertida, ou seja $n_1 > n_2$, as relações de convergência e divergência das lentes serão também invertidas.

Representação Gráfica das lentes

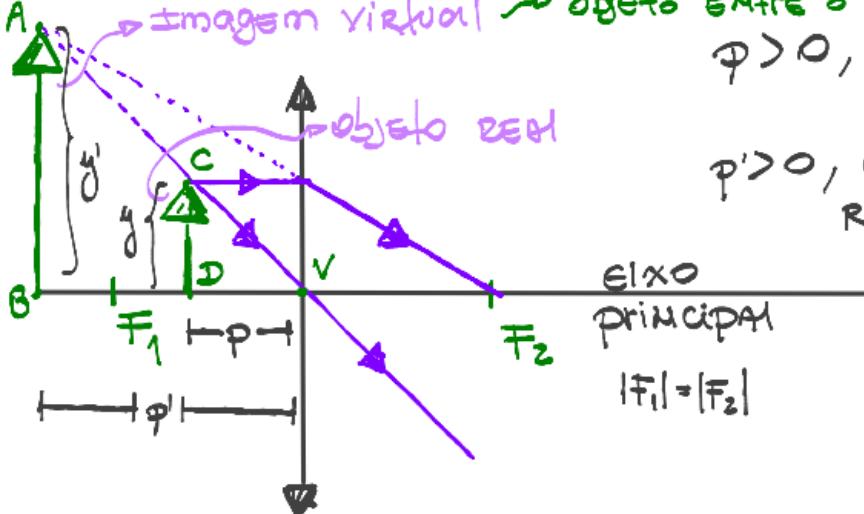


≡ LENTES CONVERGENTES



12.14.1 Formação de Imagens (LENTE CONVERGENTE)

pg 310

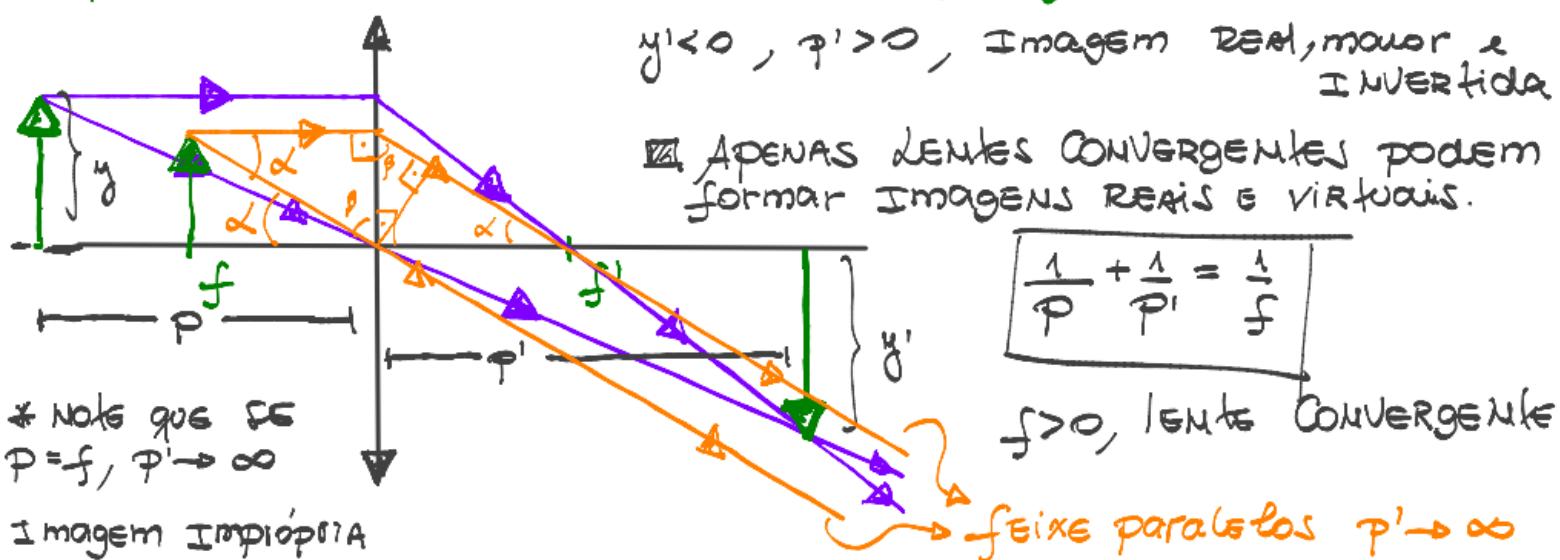


- $y' > 0$, $p' < 0$, \rightarrow imagem virtual \rightarrow objeto entre o foco e o vértice
- $p > 0$, região do feixe incidente (ANTES da lente)
- $p' > 0$, quando a imagem estiver na região dos feixes transmitidos (DEPOIS da lente)
- $f > 0$, (lente CONVERGENTE)
- $y > 0, y' > 0$ de acima do eixo PRINCIPAL.

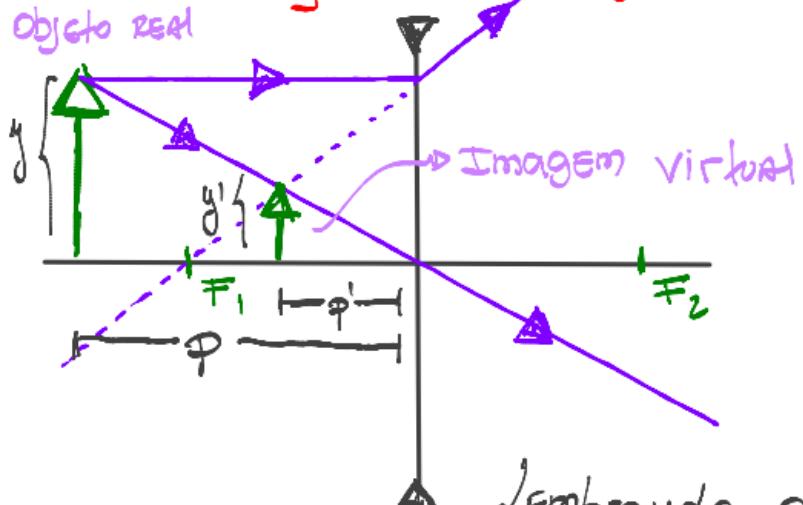
■ Considerando os triângulos \overline{ABV} , \overline{CDV} podemos definir a razão $m \rightarrow$ aumento linear como:

$$m = \frac{y'}{y} \quad \left\{ \begin{array}{ll} m > 0, \text{ Imagem direita} \\ |m| > 1, \quad " \quad \text{maior} \\ |m| < 1, \quad " \quad \text{menor} \end{array} \right\} \text{Ainda } \frac{|p'|}{|p|} = \frac{|y'|}{|y|} \quad \boxed{m = -\frac{p'}{p}}$$

■ para o objeto ANTES da posição focal



12.14.2 Formação de Imagens de LENTES DIVERGENTES



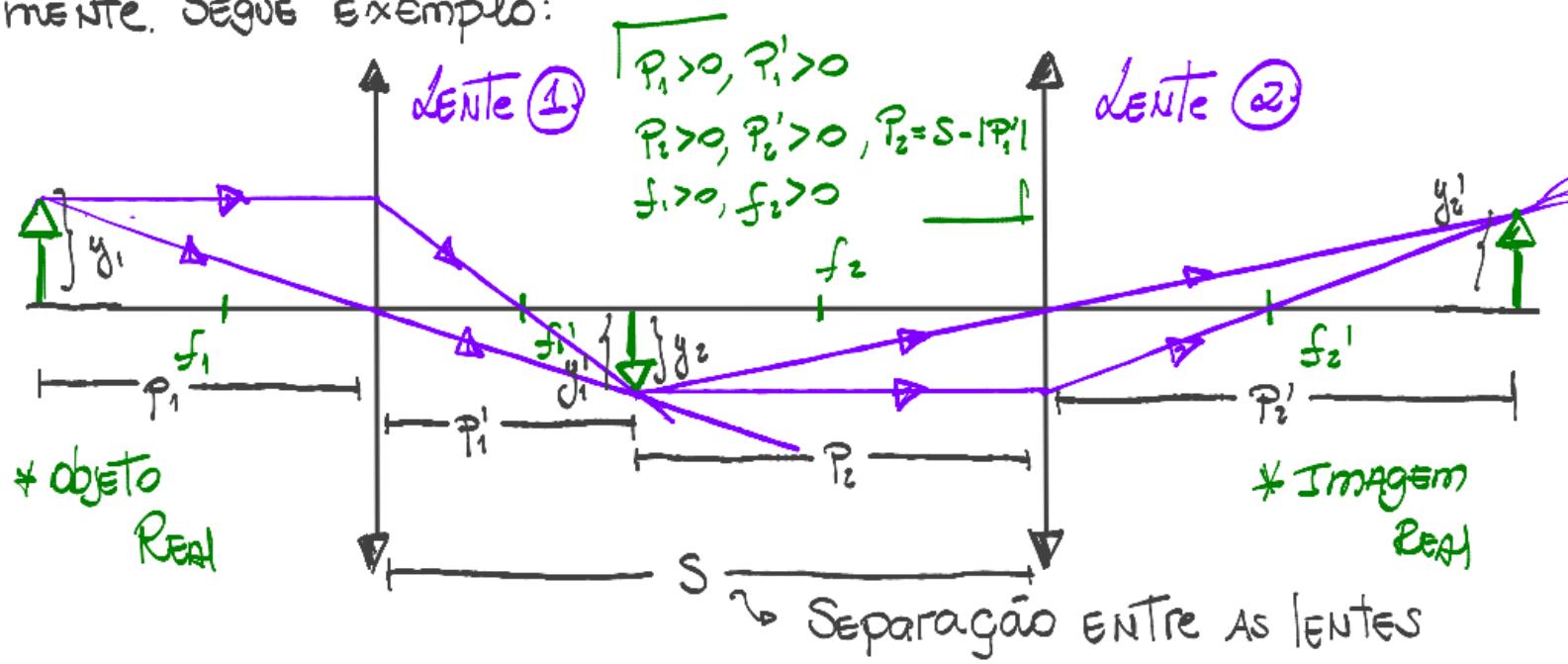
$y' > 0, y > 0, p > 0, p' < 0$

■ para qualquer posição do objeto antes da lente, ocorre a formação de uma imagem virtual, menor que o objeto e direita em relação ao mesmo

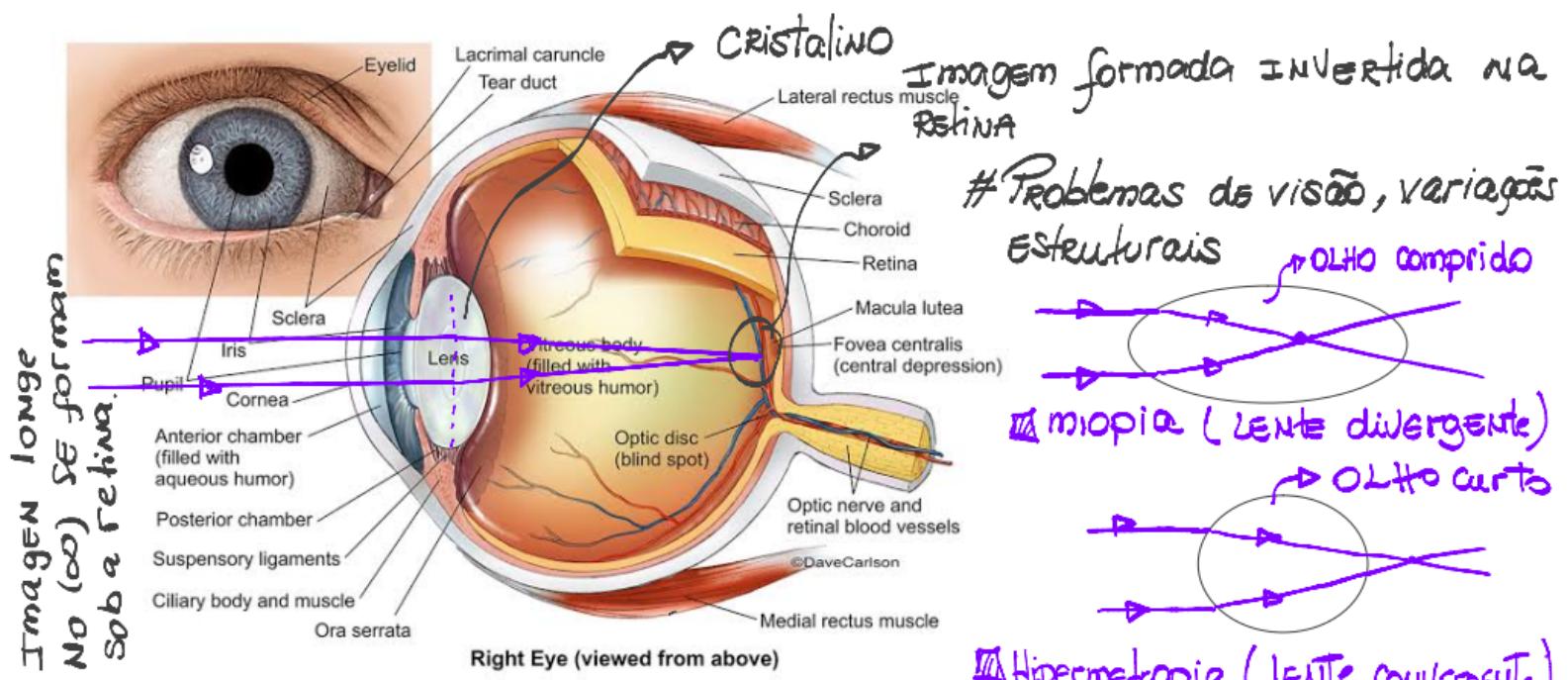
Lembrando que $f < 0$ para a lente DIVERGENTE.

12.14.3 Sistemas compostos de dois ou mais lentes
(Instrumentos ópticos) pg 311

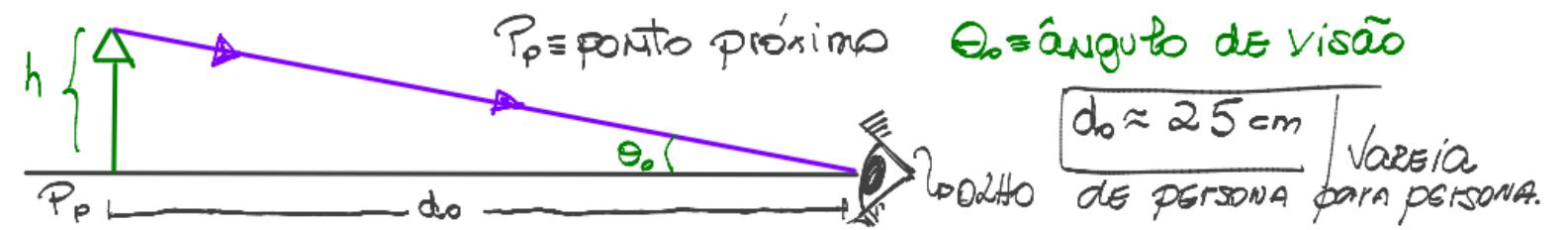
→ Regra geral quando uma lente é colocada em série com outra lente, que pode ser convergente ou divergente a imagem formada pela primeira lente é objeto da segunda lente e assim iterativamente. Segue exemplo:



12.15 A estrutura do olho humano (Doenças relacionadas)



* O cristalino tem certa flexibilidade e pode alterar o foco de forma contínua com a ajuda dos músculos ciliares focalizando uma imagem desde muito longe (∞) até aproximadamente 15cm à frente do olho.

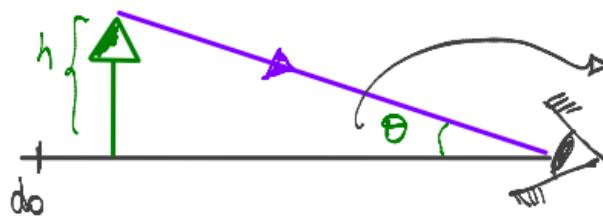


12.15.1] A lupa para observar objetos "mais de perto" ou pequenos.

1^a TENTATIVA, PRIMEIRA APROXIMAÇÃO

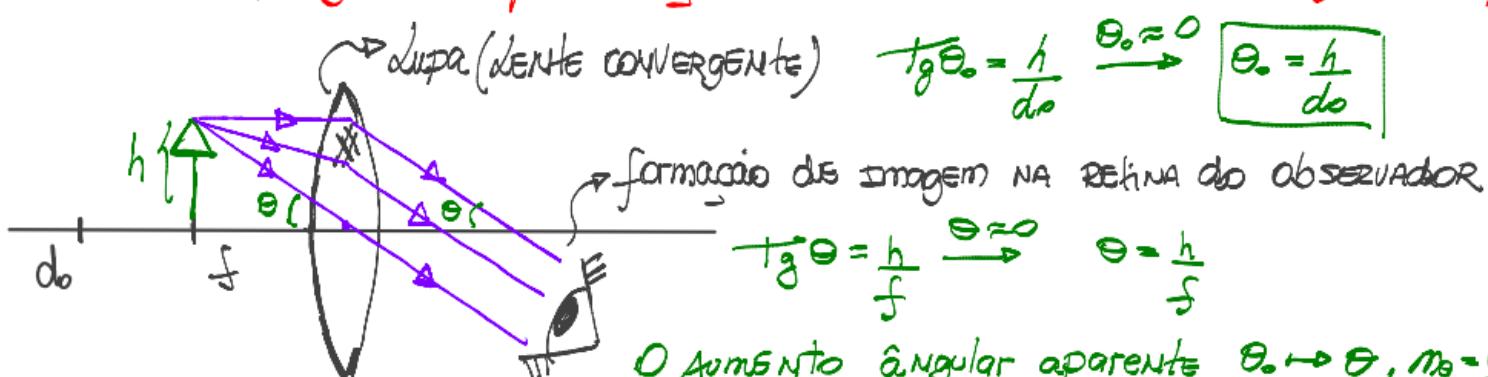
→ TRAZER O OBJETO PARA MAIS PRÓXIMO DO OBSERVADOR (OLHO)

(pg 312)



$\theta > \theta_0$, aumenta o ângulo de visão mas diminui a nitidez da imagem.

2^a TENTATIVA, SEGUNDA APROXIMAÇÃO → UTILIZAR UMA LENTE CONVERGENTE (LUPA)



O Aumento angular aparente $\theta' \rightarrow \theta$, $m_\theta = \frac{\theta}{\theta_0}$

$$m_\theta = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{h}{f} \frac{do}{h'} = \frac{do}{f} \quad \boxed{m_\theta = \frac{do}{f}}$$

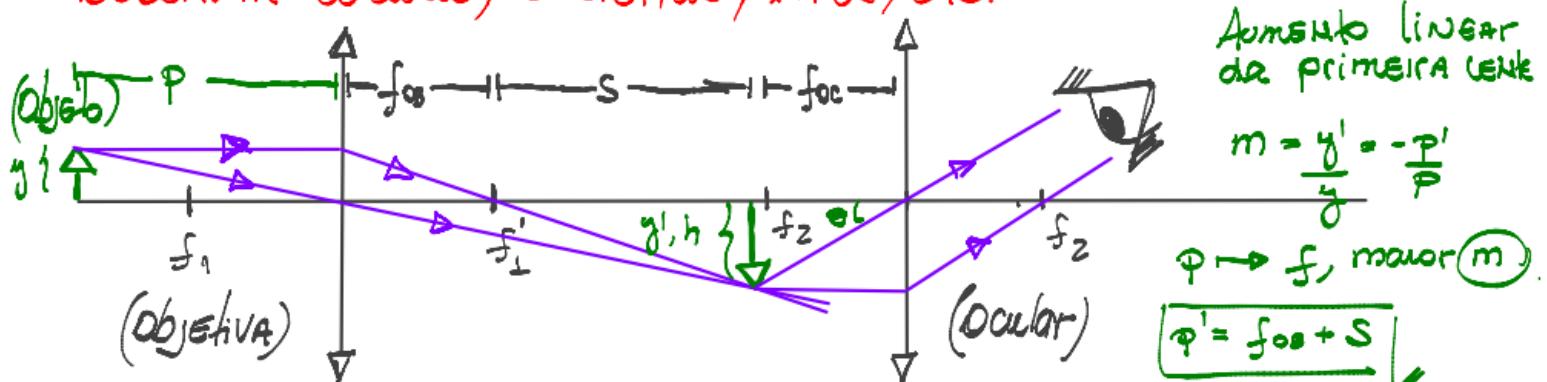
* Quanto menor o fôco da lente maior aparenta ser o objeto.

■ Tipicamente $m_\theta \leq 10$ no máximo.

$$do > f \rightarrow m_\theta > 1$$

12.15.2] Microscópio óptico composto (maior aumento angular)

→ OBSERVAR CÉLULAS, BACTÉRIAS, VÍRUS, ETC.



Aumento linear da primeira lente

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{P'}{P}$$

$P \rightarrow f_o$, maior m

$$P' = f_e + s$$

Quando o objeto está próximo de fôco sua imagem que é real e INVERTIDA é formada numa posição muito maior que fôco. Para aumentar ainda mais a imagem uma segunda lente (ocular) funciona como uma lupa.

Assim temos que

$$P' = s$$

$$s \gg f_{ob}$$

O primeiro aumento $m = -\frac{s}{f_{ob}} = -\frac{|P'|}{|P|}$, o segundo aumento é

dado pela ocular $m_\theta = \frac{do}{f_{oc}}$, $m_f = m \cdot m_\theta = -\frac{s}{f_{ob}} \cdot \frac{do}{f_{oc}}$

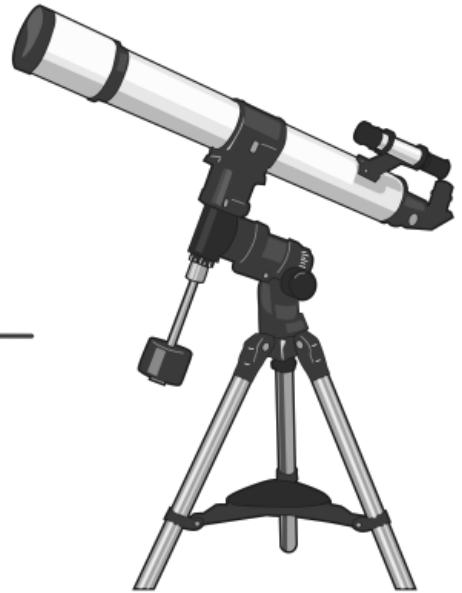
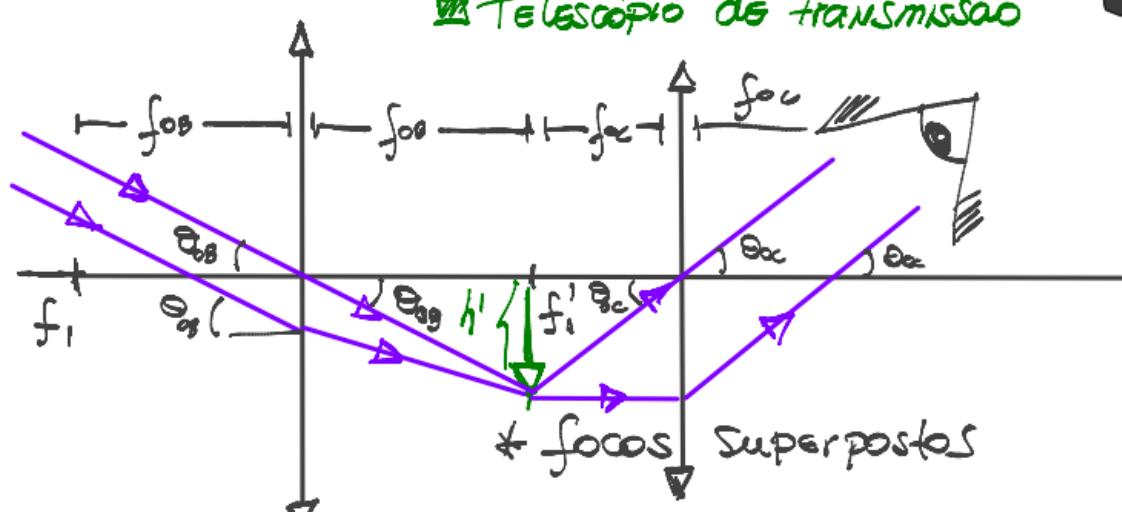
$$m_f = -\frac{s \cdot do}{f_{ob} \cdot f_{oc}}$$

* Imagem Virtual, maior e INVERTIDA.

- Galáxias, estrelas, planetas, buracos negros, etc...

⇒ Sistema composto por duas lentes convergentes com focos superpostos, já que a imagem do objeto distante é formada na região focal da primeira lente (objetiva), sob a qual deve estar o foco da ocular. E temos:

■ Telescópio de transmissão



$$\text{Ampliação angular total } m = \frac{\theta_{oc}}{\theta_{ob}} = -\frac{h'}{foc} \frac{fob}{h'} = -\frac{fob}{foc}$$

$$m = -\frac{fob}{foc}$$

fob = foco da lente objetiva

foc = foco da lente ocular



→ Imagem obtida com ajuda de um Telescópio de transmissão.

→ É importante notar as limitações de tal sistema, como o aparecimento de aberrações ópticas.